

4º Tema: Polinômios



AULÃO ITA

ITA 2020



Questão 48
Questão 50

ITA 2019



Questão 48
Questão 38

Frequência: $\frac{4}{27} \approx 14,8\%$

Importante!



Saber Usar Propriedades, Teoremas e ser
“Bom de conta!”



4º Tema: Polinômios



AULÃO ITA

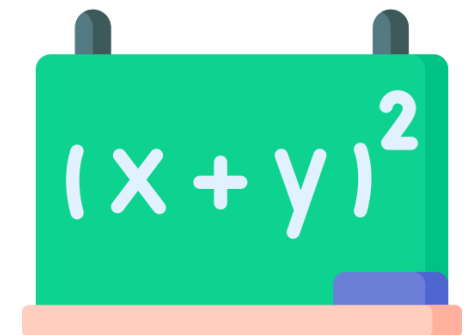
Relações Entre Coeficientes e Raízes

➡ **Principal:** Relações de **Girard!** $\longrightarrow S_k = (-1)^k \frac{a_{n-k}}{a_n}$

➡ Cada soma S_k tem $\binom{n}{k}$ parcelas

➡ Relações de **Newton** $\longrightarrow a_n S_k^* + a_{n-1} S_{k-1}^* + \dots = 0$

$$S_k^* = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$$



4º Tema: Polinômios



AULÃO ITA

Relações Entre Coeficientes e Raízes

Questão 48. Considere as seguintes afirmações:

I. se x_1 , x_2 e x_3 são as raízes da equação $x^3 - 2x^2 + x + 2 = 0$, então $y_1 = x_2x_3$, $y_2 = x_1x_3$ e $y_3 = x_1x_2$ são as raízes da equação $y^3 - y^2 - 4y - 4 = 0$.

(ITA 2019)



Aplicação Direta das Relações de **Girard!**



Todas as Questões de 2019 e 2020 de Polinômios Envolveram Relações de **Girard!**

4º Tema: Polinômios



AULÃO ITA

Divisão e Divisibilidade

➡ Teorema do **Resto** \longrightarrow Resto de $P(x) \div (x - a)$ é $P(a)$

➡ Teorema de **D'Alembert** $\longrightarrow (x - a) \mid P(x) \iff a$ é raiz de $P(x)$

➡ Teorema da Decomposição $\longrightarrow P(x) = a_n (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n)$

➡ Quando um **Polinômio** Divide **Outro**? $P(x) \mid Q(x)$?

➡ Método da **Chave** e Algoritmo de **Briot-Ruffini**

4º Tema: Polinômios

Divisão e Divisibilidade

$$p(2) = 0$$

$$p(-2) = 0$$

(ITA 2020)



AULÃO ITA

Questão 50. Seja $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ um polinômio com coeficientes reais. Sabendo que:

I. $p(x)$ é divisível por $x^2 - 4$;

III. o produto das raízes de $p(x)$ é igual a 3;

II. a soma das raízes de $p(x)$ é igual a 1;

IV. $p(-1) = -\frac{15}{4}$;

então, $p(1)$ é igual a

A () $-\frac{17}{2}$

B () $-\frac{19}{4}$

C () $-\frac{3}{2}$

D () $\frac{9}{4}$

E () $\frac{9}{2}$



Quando um **Polinômio** Divide **Outro**?

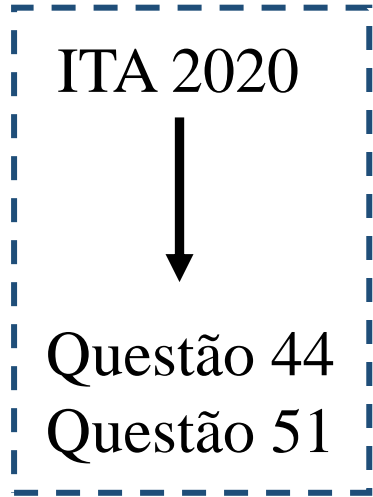


Método da **Chave** e Algoritmo de **Briot-Ruffini**

5º Tema: Geometria Analítica



AULÃO ITA



Importante!



Frequência: $\frac{3}{27} \approx 11,1\%$

Saber **mesclar** com outras **geometrias!**

Principais Figuras: **Retas e Circunferências**



5º Tema: Geometria Analítica



AULÃO ITA

Plano Cartesiano

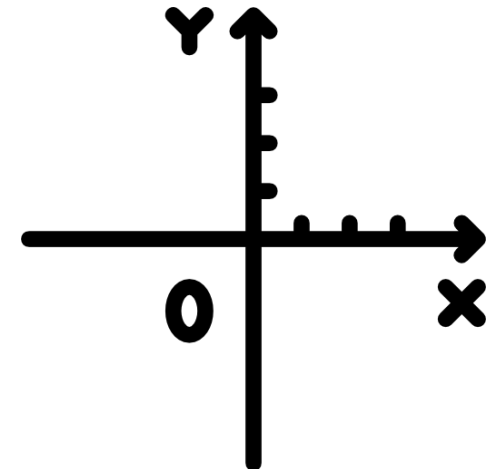
➡ Pontos de **Intersecção** $\longrightarrow f(x) = g(x)$

➡ Cálculo de **Áreas** Sabendo os Pontos

➡ Método de **Gauss**

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{vmatrix}$$

The determinant is shown with dashed lines connecting the top-left element to the bottom-right element, and the bottom-left element to the top-right element, forming an 'X' shape. Minus signs are placed to the left of the first four rows, and plus signs are placed to the right of the last three rows.



5º Tema: Geometria Analítica



AULÃO ITA

Plano Cartesiano

Questão 44. Duas curvas planas c_1 e c_2 são definidas pelas equações

(ITA 2020)

$$c_1 : 16x^2 + 9y^2 - 224x - 72y + 640 = 0,$$

$$c_2 : x^2 + y^2 + 4x - 10y + 13 = 0.$$

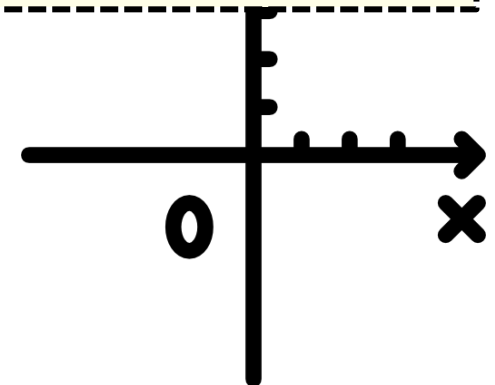
Sejam P e Q os pontos de interseção de c_1 com o eixo x e R e S os pontos de interseção de c_2 com o eixo y . A área do quadrilátero convexo de vértices P, Q, R e S é igual a

A () $15 + 7\sqrt{3}$. B () $15 - 7\sqrt{3}$. C () $15 + 14\sqrt{3}$. D () $15 - 14\sqrt{3}$. E () $25 + 10\sqrt{3}$.



Eixo $x \Rightarrow y = 0$

Eixo $y \Rightarrow x = 0$



5º Tema: Geometria Analítica



AULÃO ITA

Equações Importantes

➡ Equação da **Reta** $\longrightarrow ax + by + c = 0$

➡ Condição de **Perpendicularidade** (não verticais) $\longrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$

➡ Eq. Da Circunferência $\longrightarrow (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$



5º Tema: Geometria Analítica



AULÃO ITA

Equações Importantes

Questão 51. Os pontos $B = (1, 1 + 6\sqrt{2})$ e $C = (1 + 6\sqrt{2}, 1)$ são vértices do triângulo isósceles ABC de base BC , contido no primeiro quadrante. Se o raio da circunferência inscrita no triângulo mede 3, então as coordenadas do vértice A são

A () $(7\sqrt{2}, 7\sqrt{2})$.

C () $(1 + 7\sqrt{2}, 1 + 7\sqrt{2})$.

E () $(1 + 6\sqrt{2}, 1 + 6\sqrt{2})$.

B () $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

D () $(1 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$.

(ITA 2020)



Lembrar da **Mediatriz!**



olimpo

Algumas “Apostas” Fundamentadas



AULÃO ITA

➡ **Probabilidade** (Q44, 2019) $\longrightarrow P = \frac{\text{Favoráveis}}{\text{Possíveis}}$

Teoria dos Números

➡ **Divisibilidade** (Q48, 2019) $\longrightarrow (n-1)^3 + n^3 + (n+1)^3 \equiv 0 \pmod{9}$

➡ Número de **Fatores Primos** p no Produto $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ (Q49, 2020) $\longrightarrow \left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^3} \right\rfloor + \dots$

