ESTILO UFU

Q.01-Considere os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Seja F o conjunto de funções cujo domínio é A e cujo contradomínio é B. Escolhendo-se ao acaso uma função f de F, a probabilidade de f ser estritamente crescente ou ser injetora é:

A) $0{,}00252$
B) $0{,}00462$
C) $0{,}25200$
D) $0{,}30240$
E) $0{,}55440$

Q.02-Um atleta participa de um torneio composto por três provas. Em cada prova, a probabilidade de ele ganhar é de $2/3$, independentemente do resultado das outras provas. Para vencer o torneio, é preciso ganhar pelo menos duas provas. A probabilidade de o atleta vencer o torneio é igual a

A) $2/3$.
B) $4/9$.
C) $20/27$.
D) $16/81$.

Q.03-Numa sala existem duas caixas com bolas amarelas e verdes. Na caixa 1, há 3 bolas amarelas e 7 bolas verdes. Na caixa 2, há 5 bolas amarelas e 5 bolas verdes. De forma aleatória, uma bola é extraída da caixa 1, sem que se saiba a sua cor, e é colocada na caixa 2. Após esse procedimento, a probabilidade de extrair uma bola amarela da caixa 2 é igual a

A) $\frac{49}{110}$.
B) $\frac{51}{110}$.
C) $\frac{53}{110}$.
D) $\frac{57}{110}$.
E) $\frac{61}{110}$.

Q.04-Considere uma urna contendo cinco bolas brancas, duas pretas e três verdes. Suponha que três bolas sejam retiradas da urna, de forma aleatória e sem reposição. Em valores aproximados, qual é a probabilidade de que as três bolas retiradas tenham a mesma cor?

A) $7{,}44\%$
B) $8{,}33\%$
C) $9{,}17\%$
D) $15{,}95\%$
E) $27{,}51\%$

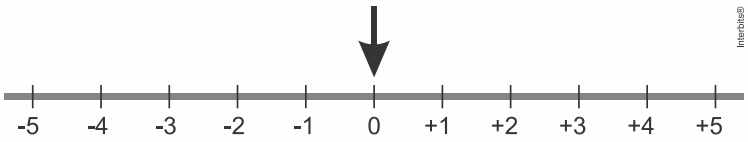
Q.05-Estima-se que a probabilidade de um time de futebol repetir sua performance na temporada seguinte à atual é igual a $\frac{2}{5}$. Se nesta temporada esse time for campeão, a probabilidade de ele ser campeão daqui a duas temporadas é:

A) $\frac{4}{25}$
B) $\frac{8}{25}$
C) $\frac{12}{25}$
D) $\frac{13}{25}$
E) $\frac{2}{5}$

Q.06-Uma pessoa colocou em um frasco não transparente 21 comprimidos de um medicamento e 15 comprimidos de um medicamento B. Todos os comprimidos possuem o mesmo formato e as mesmas dimensões, porém são de cores diferentes. Se essa pessoa retirar aleatoriamente 2 comprimidos desse frasco, um após o outro, sem reposição, a probabilidade de saírem 2 comprimidos do mesmo medicamento é

A) $\frac{1}{5}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{3}{4}$
E) $\frac{1}{4}$

Q.07- Uma seta aponta para a posição zero no instante inicial. A cada rodada, ela poderá ficar no mesmo lugar ou mover-se uma unidade para a direita ou mover-se uma unidade para a esquerda, cada uma dessas três possibilidades com igual probabilidade.



Qual é a probabilidade de que, após 5 rodadas, a seta volte à posição inicial?

A) $\frac{1}{9}$
B) $\frac{17}{81}$
C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{51}{125}$
E) $\frac{125}{243}$

Q.08-Uma urna possui 5 bolas verdes e 4 amarelas. São retiradas duas bolas aleatoriamente e sem reposição. A probabilidade de ter saído bolas de cores diferentes é

A) $\frac{5}{9}$

B) $\frac{5}{18}$

C) $\frac{5}{12}$

D) $\frac{9}{17}$

E) $\frac{20}{17}$

Q.09-As faces de dez moedas são numeradas de modo que: a primeira moeda tem faces 1 e 2; a segunda, 2 e 3; a terceira, 3 e 4, e assim sucessivamente até a décima moeda, com faces 10 e 11. As dez moedas são lançadas aleatoriamente e os números exibidos são somados. Então, a probabilidade de que essa soma seja igual a 60 é

A) $\frac{63}{128}$.

B) $\frac{63}{256}$.

C) $\frac{63}{512}$.

D) $\frac{180}{512}$.

E) $\frac{189}{1024}$.

Q.10-Numa urna, foram colocados cinco cartões numerados de 1 a 5. Serão sorteados, sem reposição, dois cartões. Qual a probabilidade dos números presentes nos cartões sorteados serem consecutivos?

A) 30%

B) 20%

C) 40%

D) 10%

E) 50%

Respostas (UFU)

Resposta da questão 01:
[D]

Note que toda função estritamente crescente é injetora. Sendo E o evento em questão, pelo princípio multiplicativo, segue que:

$$n(E) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$$

Sendo Ω o espaço amostral, pelo princípio multiplicativo, segue que:

$$n(\Omega) = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

Assim,

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

$$p(E) = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}$$

$$p(E) = 0{,}30240$$

Resposta da questão 02:
[C]

Queremos calcular a probabilidade do atleta ganhar duas ou três provas.

Se a probabilidade de sucesso é $\frac{2}{3}$, então a probabilidade de fracasso é $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. Portanto, tem-se que a resposta é

$$\binom{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 3 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} + \frac{8}{27}$$

$$= \frac{20}{27}.$$

Resposta da questão 03:
[C]

Temos dois casos a considerar: i) retirada de uma bola amarela da caixa 1 e de outra amarela da caixa 2; e ii) retirada de uma bola verde da caixa 1 e de uma amarela da caixa 2.
Desse modo, a resposta é dada por

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{6}{11} + \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{11} = \frac{53}{110}.$$

Resposta da questão 04:
[C]

Calculando, inicialmente, o número de elementos do espaço amostral. Considerando que temos 10 bolas na urna temos:

$$N(E) = C_{10,3} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = 120$$

Podemos retirar 3 bolas brancas ou três bolas verdes, temos então o número de elementos do Evento (bolas da mesma cor)

$$N(A) = C_{5,3} + C_{3,3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{3!}{0! \cdot 3!} = 10 + 1 = 11$$

Portanto, a probabilidade pedida será $P(A) = \frac{11}{120}$; $9{,}17\%$

Resposta da questão 05:
[D]

A probabilidade complementar de $p = \frac{2}{5}$ é $1 - p = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Considerando a probabilidade de time ser campeão daqui a duas rodas, temos duas possibilidades.

Temporada 1	Temporada 2
não ser campeão	ser campeão

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

Temporada 1	Temporada 2
ser campeão	ser campeão

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

Portanto, a probabilidade pedida será dada por $\frac{9}{25} + \frac{4}{25} = \frac{13}{25}$.

Resposta da questão 06:
[B]

Calculando:

$$P(X)=\frac{21}{36}\cdot\frac{20}{35}+\frac{15}{36}\cdot\frac{14}{35}=\frac{420}{1260}+\frac{210}{1260}=\frac{630}{1260}=\frac{1}{2}$$

Resposta da questão 07:
[B]

Sejam E, O e D, respectivamente, os movimentos: uma unidade para a esquerda, ficar no mesmo lugar e uma unidade para a direita. Assim, os casos favoráveis são: $OOOOO$, $DEOOO$ e $DDEEO$.

O evento $OOOOO$ ocorre com probabilidade $\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{1}{243}$, o evento $DEOOO$ ocorre com probabilidade $\frac{5!}{3!}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{20}{243}$ e o evento $DDEEO$ ocorre com probabilidade

$$\frac{5!}{2!\cdot 2!}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{30}{243}.$$

Portanto, a resposta é

$$\frac{1}{243}+\frac{20}{243}+\frac{30}{243}=\frac{51}{243}$$
$$=\frac{17}{81}.$$

Resposta da questão 08:
[A]

Considerando que P seja a probabilidade pedida, temos:
$P=$ (probabilidade de se retirar uma bola amarela e depois uma verde) + (probabilidade de se retirar uma bola verde e depois uma amarela)

Portanto:

$$P=\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{8}+\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8}=\frac{40}{72}=\frac{5}{9}$$

Resposta da questão 09:
[B]

Seja Ω o espaço amostral.

$$n(\Omega)=2^{10}$$
$$n(\Omega)=1024$$

Seja A o evento.
Note que a maior soma possível nas condições dadas é:

$$2+3+4+\ldots+11=\frac{(2+11)\cdot 10}{2}$$
$$2+3+4+\ldots+11=65$$

Para que a soma resulte em 60, devemos trocar 5 dos números escolhidos por outros 5 que que compõem o par ordenado com os 5 inicialmente escolhidos, pois isso significa diminuir 1 unidade de cada um dos 5 números.
Assim, temos:

$$n(A)=C_{10,5}$$
$$n(A)=\frac{10!}{5!\cdot 5!}$$
$$n(A)=252$$

Dessa forma,

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$$
$$p(A)=\frac{252}{1024}$$
$$p(A)=\frac{63}{256}$$

Resposta da questão 10:
[C]

O número total de conjuntos de duas cartas possíveis é de 20 conjuntos. As possíveis combinações de números consecutivos são: 1 e 2, 2 e 3, 3 e 4, 4 e 5. Mas também é possível formar: 2 e 1, 3 e 2, 4 e 3, 5 e 4. Note que 2 e 1 são números consecutivos, só não estão na ordem crescente – a pergunta se refere apenas a probabilidade de serem consecutivos, não sendo necessário que sejam retirados em ordem crescente. Assim, pode-se calcular:

$$P(X)=\frac{8}{20}=\frac{4}{10}=40\%$$

ESTILO ENEM

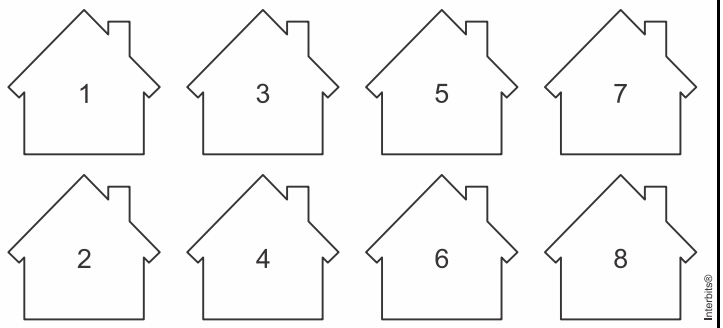
Q.01-Uma empresa possui 10 diretores, dos quais, 3 são suspeitos de corrupção. Foi resolvido se fazer uma investigação composta por uma comissão de 5 diretores da empresa. A única condição imposta é que a comissão de investigação selecionada tenha a maioria de diretores não suspeitos. Selecionada, ao acaso, uma comissão para apuração das suspeitas formada por diretores desta empresa, é CORRETO afirmar que a probabilidade de que esta comissão atenda à condição imposta está no intervalo:

A) $(0{,}01;\ 0{,}50)$.
B) $(0{,}50;\ 0{,}70)$.
C) $(0{,}70;\ 0{,}80)$.
D) $(0{,}80;\ 0{,}90)$.
E) $(0{,}90;\ 0{,}99)$.

Q.02-Uma pessoa colocou em um frasco não transparente 21 comprimidos de um medicamento e 15 comprimidos de um medicamento B. Todos os comprimidos possuem o mesmo formato e as mesmas dimensões, porém são de cores diferentes. Se essa pessoa retirar aleatoriamente 2 comprimidos desse frasco, um após o outro, sem reposição, a probabilidade de saírem 2 comprimidos do mesmo medicamento é

A) $\frac{1}{5}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{3}{4}$
E) $\frac{1}{4}$

Q.03-Em uma reunião de condomínio, os moradores resolveram fazer um sorteio para decidir a ordem em que suas casas serão pintadas. As 8 casas desse condomínio estão dispostas conforme o esquema abaixo.

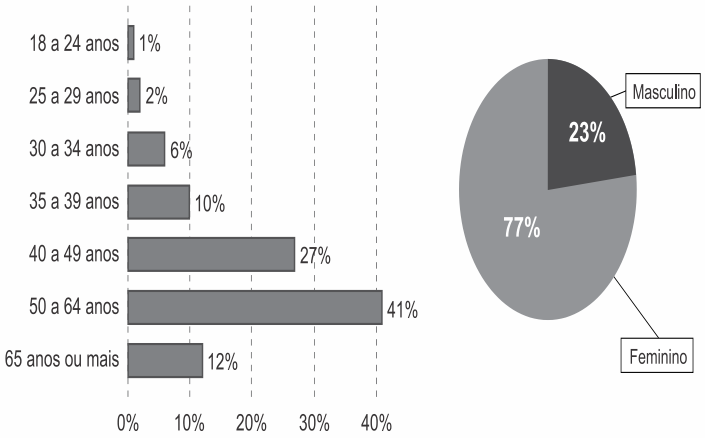


Dizemos que duas casas são vizinhas quando estão dispostas de frente ou de lado. Por exemplo, a casa 3 é vizinha das casas $1, 4$ e 5, enquanto a casa 8 é vizinha apenas das casas 6 e 7.

Qual é a probabilidade das duas primeiras casas sorteadas serem vizinhas?

A) $5/28$.
B) $5/32$.
C) $5/14$.
D) $5/16$.
E) $9/56$.

Q.04-O artesão brasileiro é um agente de produção nas áreas cultural e econômica do país, gerando empregos e contribuindo para a identidade regional. Observe os gráficos e admita distribuição homogênea de dados.



Fonte de dados: <https://tinyurl.com/ycgl2ljx> Acesso em: 09/10/2018. Adaptado.

Suponha que uma viagem será sorteada entre todos os artesãos brasileiros, a probabilidade de que o ganhador da viagem seja uma mulher de 65 anos ou mais é de

A) $31{,}57\%$.
B) $20{,}79\%$.
C) $12{,}43\%$.
D) $9{,}24\%$.
E) $4{,}85\%$.

Q.05- Considere um bando de pássaros de determinada espécie, no qual cabe ao macho conquistar a fêmea para formar um casal. Enquanto a maioria dos pássaros machos dessa espécie canta e dá pequenos saltos, alguns conseguem dar saltos maiores, atraindo mais a atenção das fêmeas. Com isso, estima-se que a chance dos pássaros que realizam maiores saltos conseguirem uma parceira é igual a 30%, enquanto a chance dos demais pássaros machos dessa espécie é igual a 10%.

Sabendo-se que nesse bando há 150 pássaros machos, dos quais 30 conseguem dar saltos maiores, ao observar um casal recém-formado, a probabilidade de o pássaro macho ser capaz de dar saltos maiores é

A) $\frac{1}{3}$
B) $\frac{3}{5}$
C) $\frac{3}{50}$
D) $\frac{3}{7}$
E) $\frac{3}{20}$

Respostas (ENEM)

Resposta da questão 01:
[E]

Calculando inicialmente o número total de comissões com 3 diretores:

$$C_{10,5} = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = 252$$

Comissões sem diretores suspeitos: $C_{7,5} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = 21$

Comissões com apenas 1 diretor suspeito:

$$C_{7,4} \cdot C_{3,1} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} \cdot \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 105$$

Comissões com apenas 2 diretores suspeitos:

$$C_{7,3} \cdot C_{3,2} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 105$$

Portanto, a probabilidade pedida será dada por:

$$P = \frac{21 + 105 + 105}{252} = \frac{231}{252}; \ 9{,}92 \in (0{,}90; 0{,}99).$$

Resposta da questão 02:
[B]

Calculando:

$$P(X) = \frac{21}{36} \cdot \frac{20}{35} + \frac{15}{36} \cdot \frac{14}{35} = \frac{420}{1260} + \frac{210}{1260} = \frac{630}{1260} = \frac{1}{2}$$

Resposta da questão 03:
[C]

As casas $1, 2, 7$ e 8 possuem apenas duas vizinhas. A probabilidade de que uma dessas casas seja sorteada é $\frac{4}{8}$. Sorteando-se uma dessas casas, a probabilidade da próxima sorteada ser uma vizinha é $\frac{2}{7}$.

Por outro lado, as casas $3, 4, 5$ e 6 possuem três vizinhas. A probabilidade de que uma dessas casas seja sorteada é $\frac{4}{8}$. Sorteando-se uma dessas casas, a probabilidade da próxima sorteada ser uma vizinha é $\frac{3}{7}$.

Em consequência, a probabilidade pedida é igual a
$\frac{4}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{14}$.

Resposta da questão 04:
[D]

A resposta é dada por $0{,}12 \cdot 77\% = 9{,}24\%$.

Resposta da questão 05:
[D]

$$\frac{30}{100} \cdot 30 = 9$$
$$\frac{10}{100} \cdot (150 - 30) = 12$$

Portanto, temos $12 + 9 = 21$ pássaros machos que formaram um casal.
Logo, a probabilidade de o pássaro macho ser capaz de dar saltos maiores é
$$P = \frac{9}{12 + 9} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$