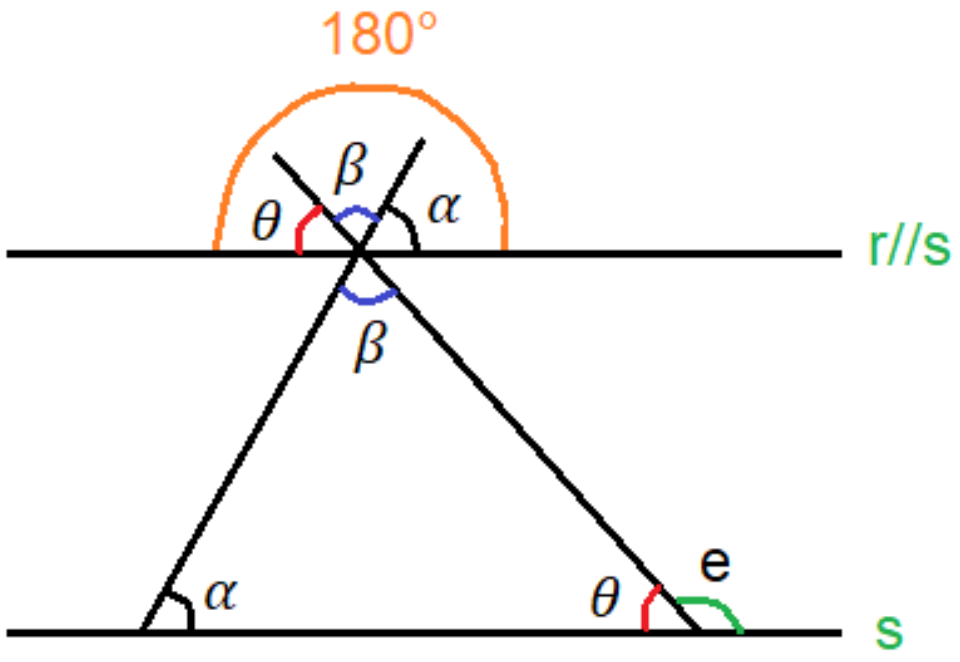
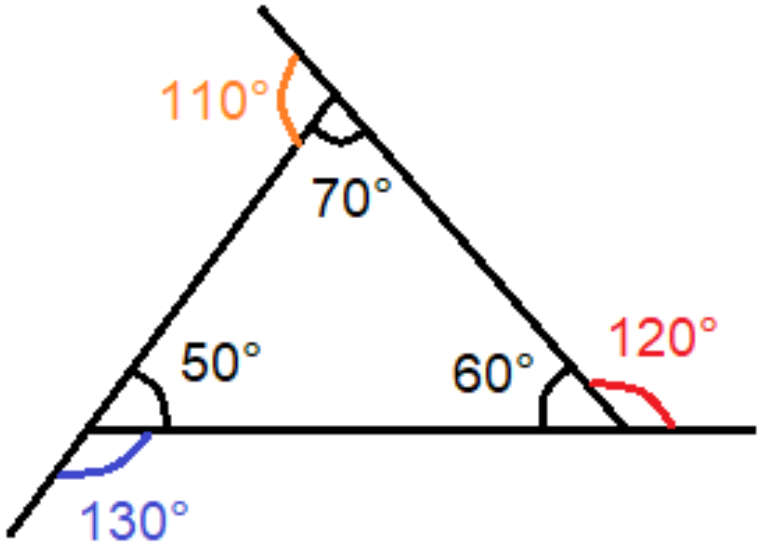
TRIÂNGULOS





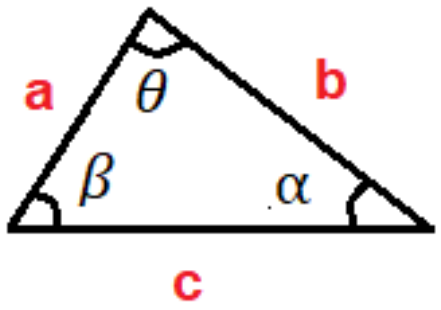
$$\alpha + \beta + \theta = 180°$$

$$e = \alpha + \beta$$

TRIÂNGULOS

Classificação de um triângulo quanto aos lados.

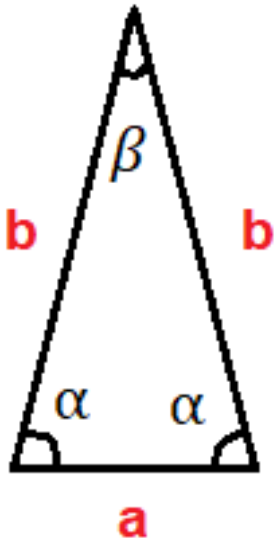
ESCALENO



a < b < c

$\alpha < \beta < \theta$

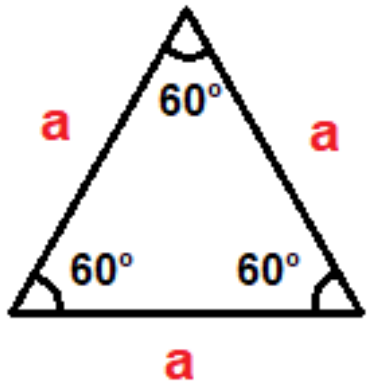
ISÓSCELES



a < b

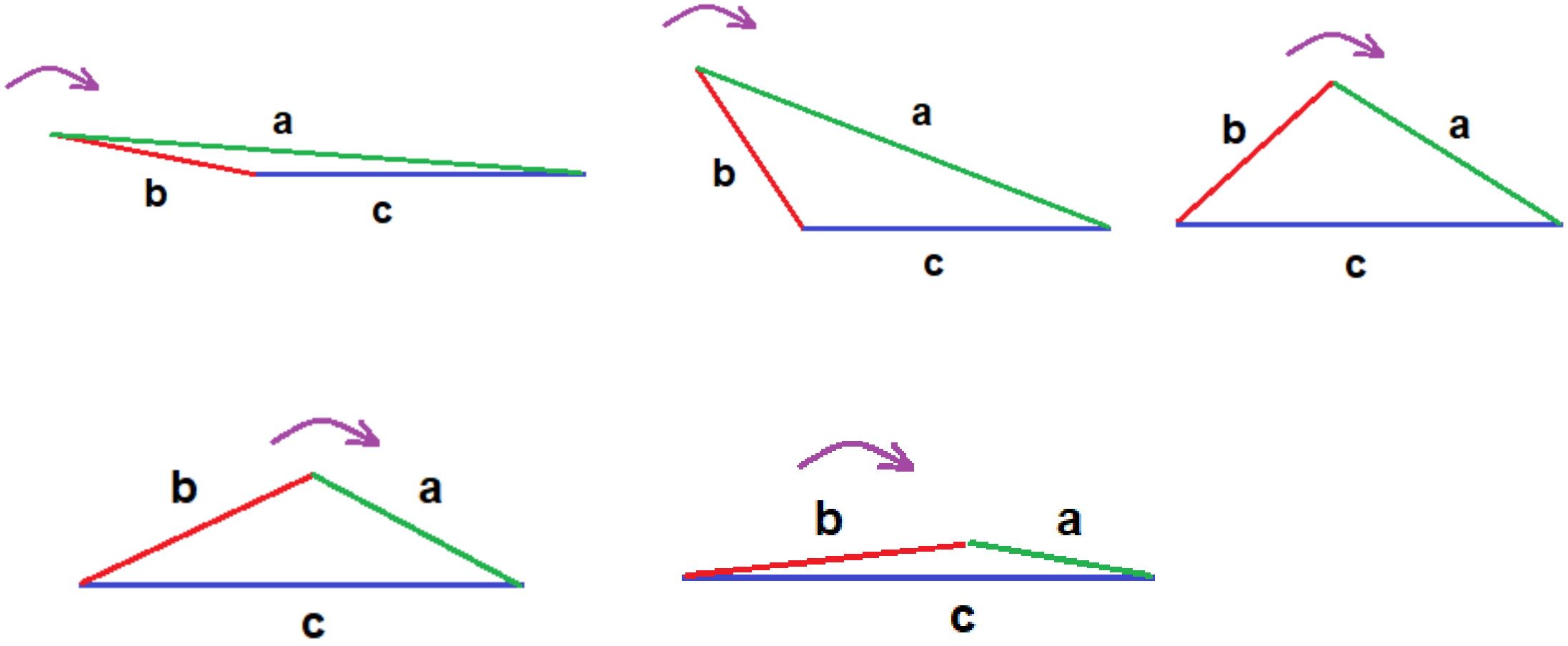
$\beta < \alpha$

EQUILÁTERO



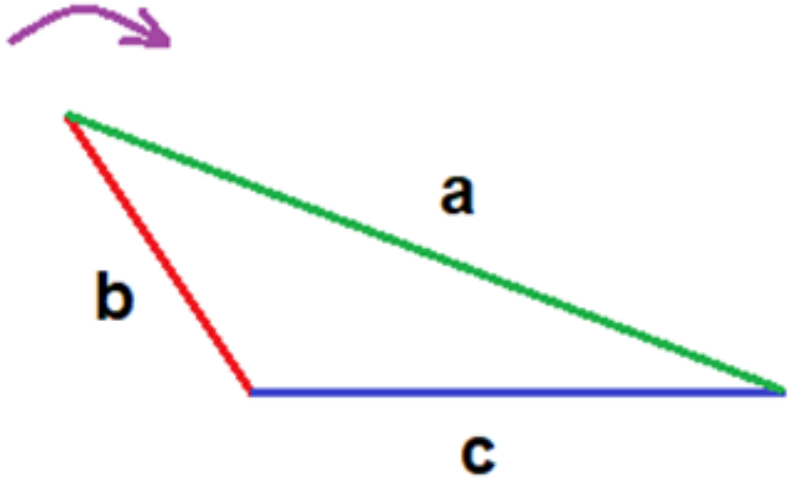
TRIÂNGULOS

EXISTÊNCIA DE TRIÂNGULO



TRIÂNGULOS

EXISTÊNCIA DE TRIÂNGULO



$$|c - b| < a < c + b$$

$$c - b < a$$

$$c < b + a$$

$$-(c - b) < a$$

$$-c + b < a$$

$$b < c + a$$

$$a < c + b$$

" Cada lado tem que ser menor que a soma dos outros dois".

TRIÂNGULOS

1. O triângulo, que possui três lados e três ângulos, é uma das figuras geométricas mais importantes da geometria plana. Se em um triângulo equilátero ABC, o comprimento do lado AB mede $3x + y$, do lado AC mede $2x + y + 2$ e do lado BC mede $x + 3y$, seu perímetro é

a) 12 u.c.

b) 6 u.c.

c) 24 u.c.

d) 15 u.c.

e) 18 u.c.

TRIÂNGULOS

Como o triângulo é equilátero temos que a medida de todos os lados são iguais, logo, pode-se igualar quaisquer dois lados. Desta maneira, temos:

$$AB = BC \Rightarrow 3x + y = x + 3y$$
$$2x = 2y \Rightarrow x = y$$

Utilizando a igualdade $x = y$ e fazendo $AB = AC$ temos:

$$AB = AC \Rightarrow 3x + y = 2x + y + 2 \Rightarrow 3x + x = 2x + x + 2$$
$$x = 2$$

Como $x = 2$ temos que $y = 2$ uma vez que $x = y$. Assim, os lados são dados por:

$$AB = 3x + y = 6 + 2 = 8$$
$$AC = 2x + y + 2 = 4 + 2 + 2 = 8$$
$$BC = x + 3y = 2 + 6 = 8$$

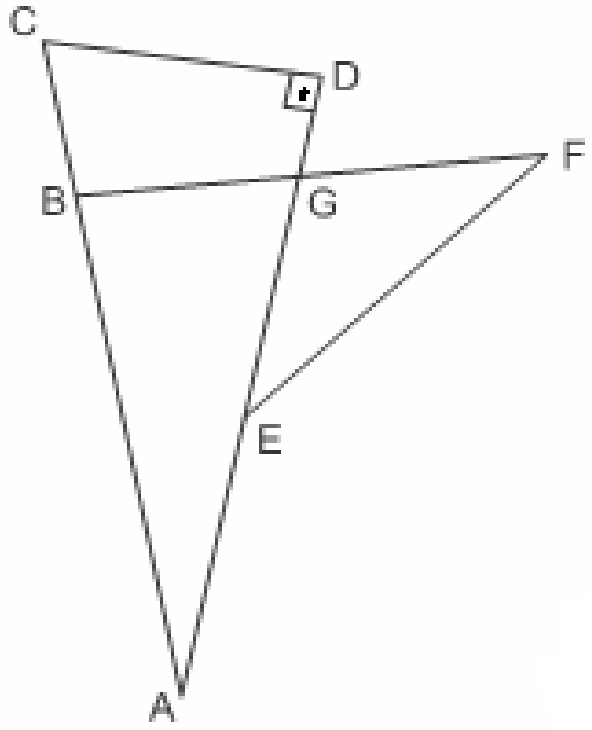
E o perímetro $(2p)$: $(2p) = AB + AC + BC = 8 + 8 + 8 = 24$ u.c

Resposta da questão 1:
[C]

TRIÂNGULOS

2. Na figura abaixo, o triângulo ACD é retângulo em D e o triângulo EFG é isósceles de base $\overline{EF}$. Sabendo que os ângulos CÂD e GÊF são, respectivamente, de 32° e 25°, determine o valor do ângulo CB̂G.

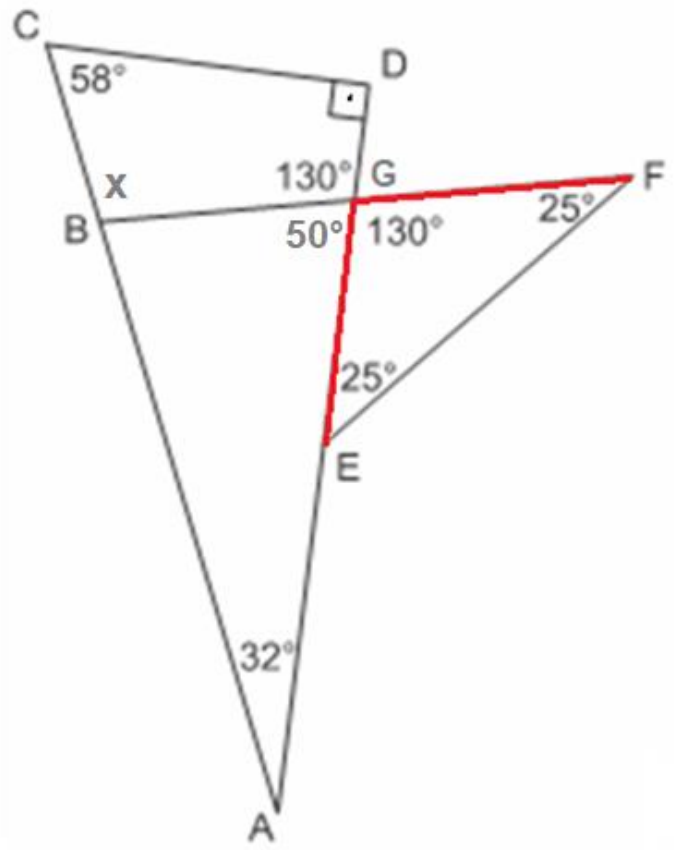
a) 25°
b) 58°
c) 82°
d) 89°



TRIÂNGULOS

2. Na figura abaixo, o triângulo ACD é retângulo em D e o triângulo EFG é isósceles de base $\overline{EF}$. Sabendo que os ângulos CÂD e GÊF são, respectivamente, de 32° e 25°, determine o valor do ângulo CB̂G.

a) 25°
b) 58°
c) 82°
d) 89°



Como a soma dos ângulos internos de um Quadrilátero qualquer é 360° o ângulo B será: $360 - (90 + 58 + 130) = 82°$

Resposta da questão 2:
[C]

TRIÂNGULOS

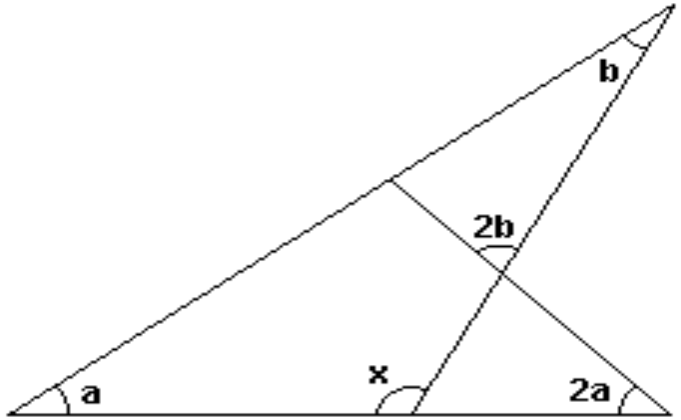
3. Na figura, a, 2a, b, 2b e x representam as medidas, em graus, dos ângulos assinalados. O valor de x, em graus, é

a) 100

b) 110

c) 115

d) 120



TRIÂNGULOS

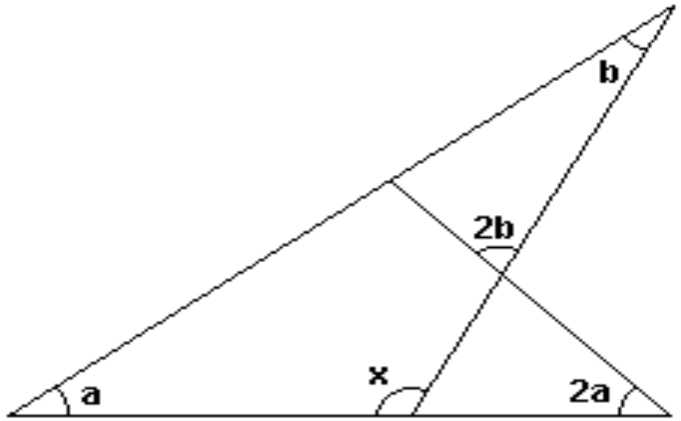
3. Na figura, a, 2a, b, 2b e x representam as medidas, em graus, dos ângulos assinalados. O valor de x, em graus, é

a) 100

b) 110

c) 115

d) 120



$$a + b + x = 180° \xrightarrow{x(2)} 2a + 2b + 2x = 360°$$

$$x = 2a + 2b \Longrightarrow x + 2x = 360° \Longrightarrow 3x = 360°$$

$$x = 120°$$

Resposta da questão 3:

[D]

TRIÂNGULOS

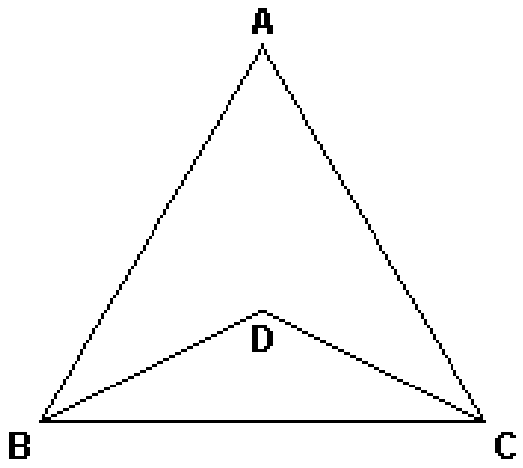
4. Na figura a seguir, AB = AC, D é o ponto de encontro das bissetrizes do triângulo ABC e o ângulo BDC é o triplo do ângulo A. Então, a medida do ângulo B é

a) 54°

b) 60°

c) 72°

d) 84°



TRIÂNGULOS

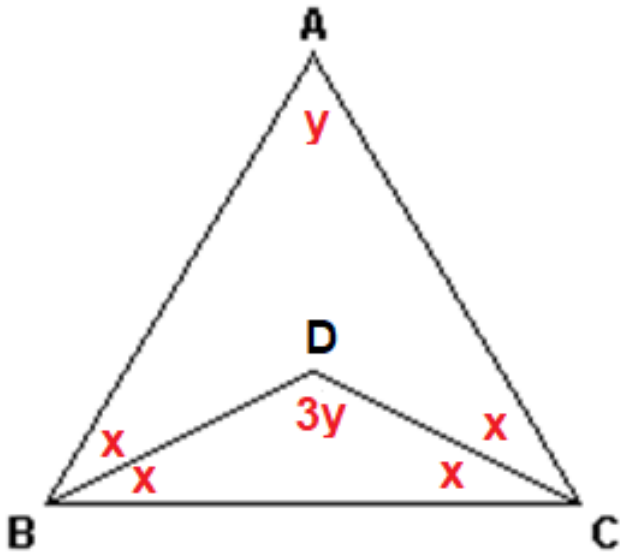
4. Na figura a seguir, AB = AC, D é o ponto de encontro das bissetrizes do triângulo ABC e o ângulo BDC é o triplo do ângulo A. Então, a medida do ângulo B é

a) 54°

b) 60°

c) 72°

d) 84°



$y + 4x = 180° \Rightarrow \boxed{y = 180° - 4x}$ 1

$\boxed{3y + 2x = 180°}$ 2

$3(180° - 4x) + 2x = 180°$
$540° - 12x + 2x = 180°$
$360° = 10x$
$x = 36°$

$\Downarrow$

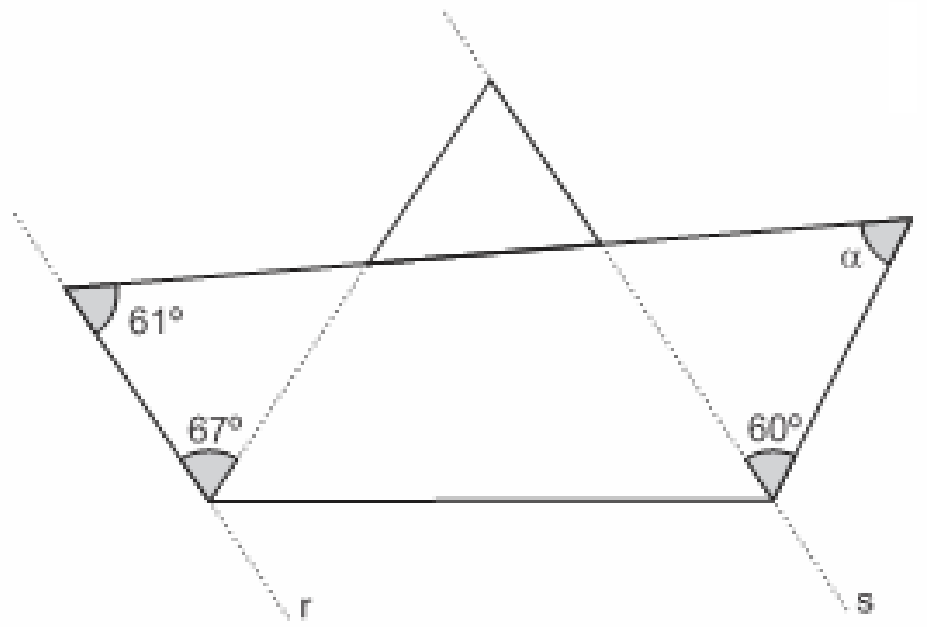
$y = 36° \Rightarrow B = 72°$

Resposta da questão 4:
[C]

TRIÂNGULOS

5. Eva é aluna do curso de Construção Naval do campus Ipojuca e tem mania de construir barquinhos de papel. Durante a aula de desenho técnico, resolveu medir os ângulos do último barquinho que fez, representado na imagem a seguir. Sabendo que as retas suportes, r e s, são paralelas, a medida do ângulo α destacado é

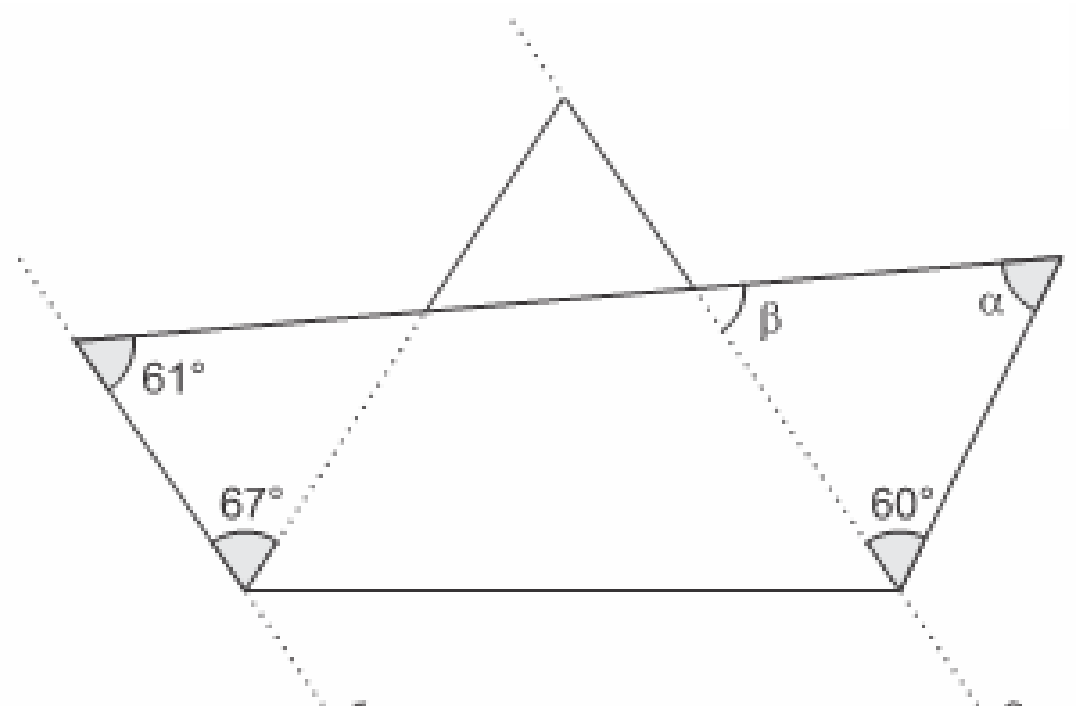
a) 52°.
b) 60°.
c) 61°.
d) 67°.
e) 59°.



TRIÂNGULOS

5. Eva é aluna do curso de Construção Naval do campus Ipojuca e tem mania de construir barquinhos de papel. Durante a aula de desenho técnico, resolveu medir os ângulos do último barquinho que fez, representado na imagem a seguir. Sabendo que as retas suportes, r e s, são paralelas, a medida do ângulo α destacado é

a) 52°.
b) 60°.
c) 61°.
d) 67°.
e) 59°.



$r // s \Rightarrow \beta = 61°$

Logo,

$\alpha + 61° + 60° = 180° \Rightarrow \alpha = 59°$

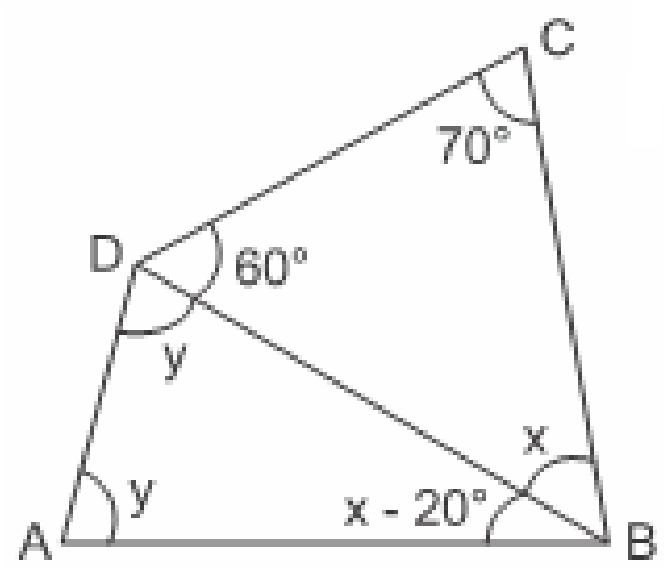
Resposta da questão 5:

[E]

TRIÂNGULOS

6. No quadrilátero ABCD, o valor de $y - x$ é igual a

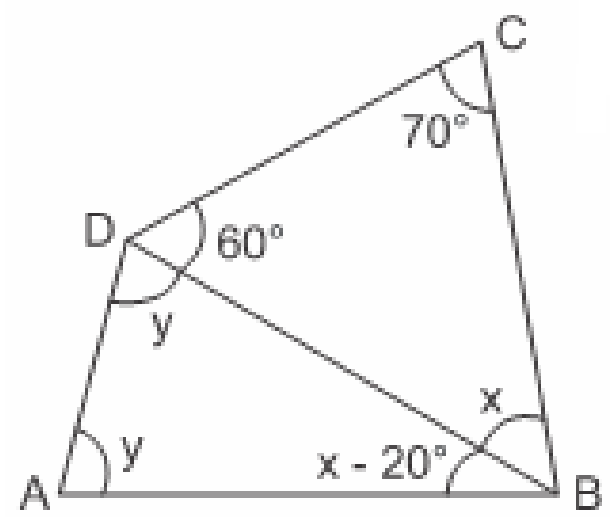
a) $2x$
b) $2y$
c) $\frac{x}{2}$
d) $\frac{y}{2}$



TRIÂNGULOS

6. No quadrilátero ABCD, o valor de $y - x$ é igual a

a) $2x$
b) $2y$
c) $\frac{x}{2}$
d) $\frac{y}{2}$



Do triângulo BCD, temos

$$x + 70° + 60° = 180° \Leftrightarrow x = 50°.$$

Logo, vem $D\hat{B}A = 50° - 20° = 30°$ e, portanto, segue que

$$2y = 180° - 30° \Leftrightarrow y = 75°.$$

Em consequência, a resposta é $y - x = 75° - 50° = 25° = \frac{x}{2}$.

Resposta da questão 6:
[C]

TRIÂNGULOS

7. Em um triângulo ABC, $B\hat{A}C$ é o maior ângulo e $A\hat{C}B$ é o menor ângulo. A medida do ângulo $B\hat{A}C$ é $70°$ maior que a medida de $A\hat{C}B$. A medida de $B\hat{A}C$ é o dobro da medida de $A\hat{B}C$. Portanto, as medidas dos ângulos são

a) $20°, 70°$ e $90°$.

b) $20°, 60°$ e $100°$.

c) $10°, 70°$ e $100°$.

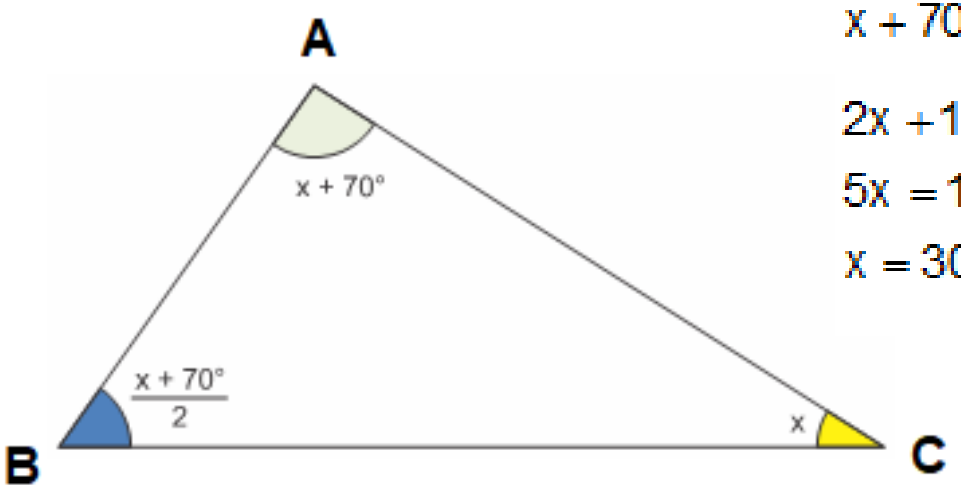
d) $30°, 50°$ e $100°$.

e) $30°, 60°$ e $90°$.

TRIÂNGULOS

7. Em um triângulo ABC, $B\hat{A}C$ é o maior ângulo e $A\hat{C}B$ é o menor ângulo. A medida do ângulo $B\hat{A}C$ é $70°$ maior que a medida de $A\hat{C}B$. A medida de $B\hat{A}C$ é o dobro da medida de $A\hat{B}C$. Portanto, as medidas dos ângulos são

a) $20°, 70°$ e $90°$.
b) $20°, 60°$ e $100°$.
c) $10°, 70°$ e $100°$.
d) $30°, 50°$ e $100°$.
e) $30°, 60°$ e $90°$.



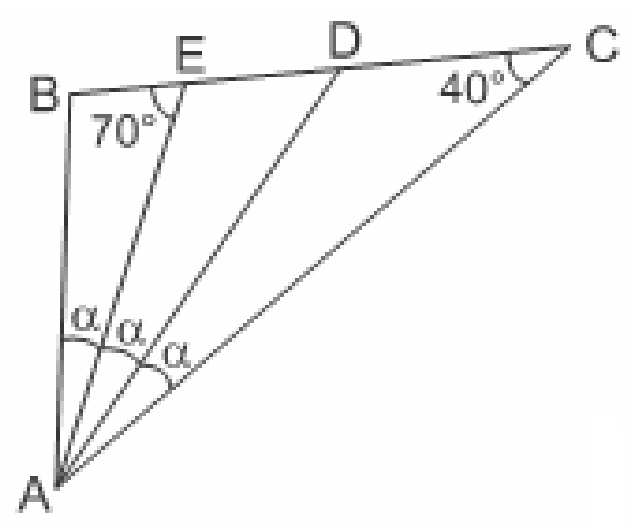
$$x + 70° + \frac{x + 70°}{2} + x = 180°$$
$$2x + 140° + x + 70° + 2x = 360°$$
$$5x = 150°$$
$$x = 30°$$

Resposta da questão 7:
[D]

TRIÂNGULOS

8. Se ABC é um triângulo, o valor de α é

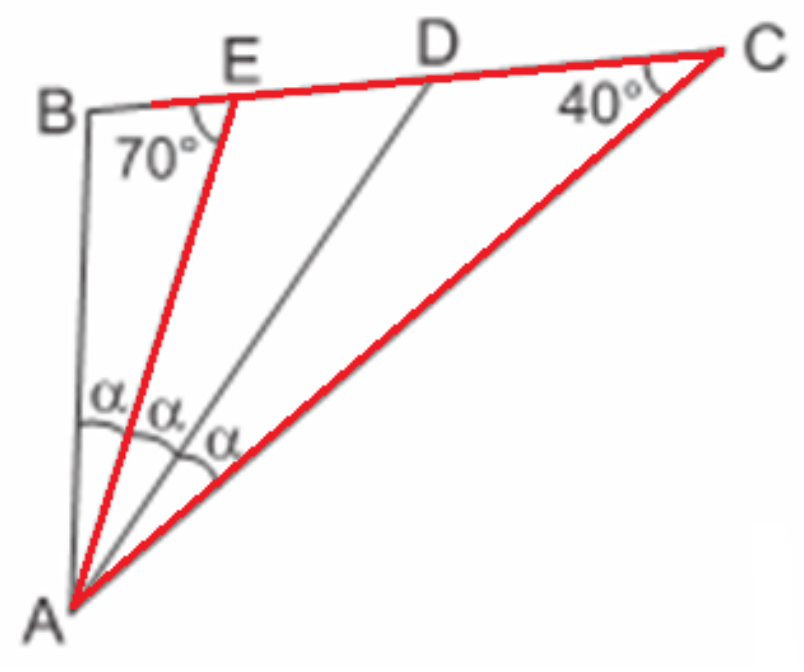
a) 10°
b) 15°
c) 20°
d) 25°



TRIÂNGULOS

8. Se ABC é um triângulo, o valor de α é

a) 10°
b) 15°
c) 20°
d) 25°



$$2\alpha + 40° = 70°$$

$$2\alpha = 30°$$

$$\alpha = 15°$$

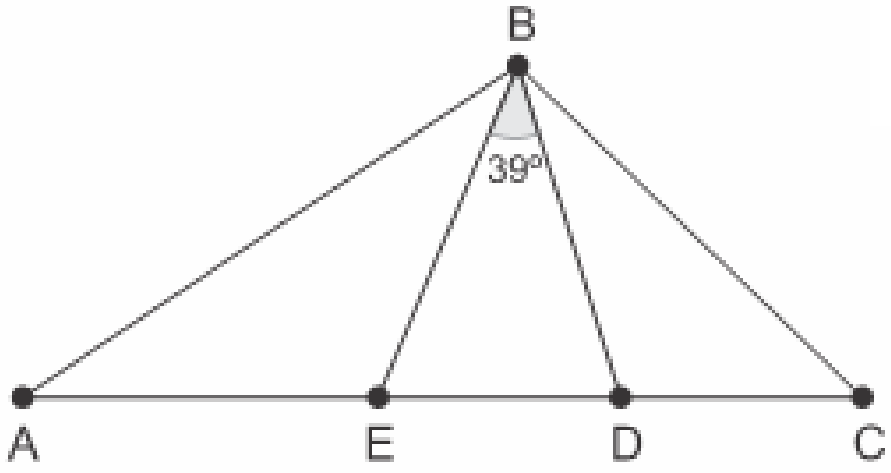
Resposta da questão 8:

[B]

TRIÂNGULOS

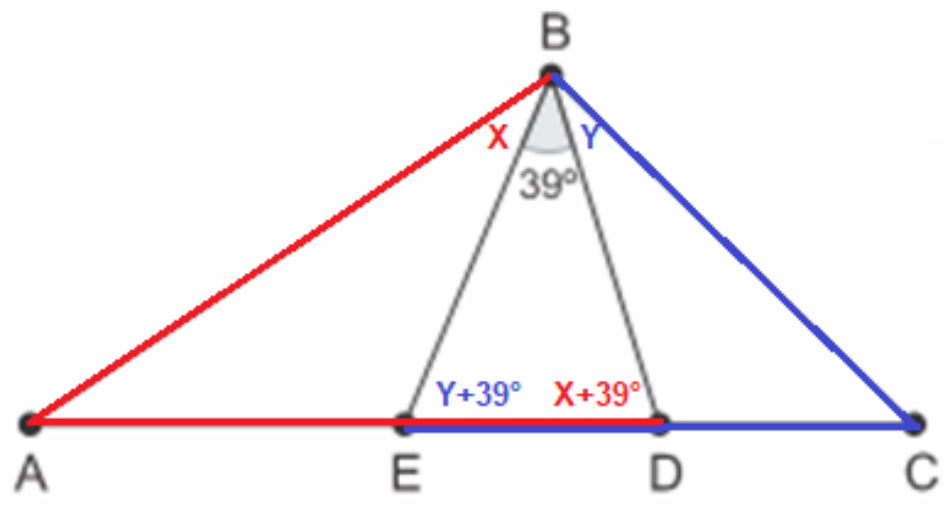
9. A figura representa um triângulo ABC, com E e D sendo pontos sobre $\overline{AC}$. Sabe-se ainda que $AB = AD$, $CB = CE$ e que $E\hat{B}D$ mede 39°. Nas condições dadas, a medida de $A\hat{B}C$ é

a) 102°
b) 108°
c) 111°
d) 115°
e) 117°



TRIÂNGULOS

9. A figura representa um triângulo ABC, com E e D sendo pontos sobre $\overline{AC}$. Sabe-se ainda que AB = AD, CB = CE e que $E\hat{B}D$ mede 39°. Nas condições dadas, a medida de $A\hat{B}C$ é



$$x + 39° + y + 39° + 39° = 180°$$
$$x + y = 63°$$

$$B = x + y + 39°$$
$$B = 63° + 39°$$
$$B = 102°$$

Resposta da questão 9:

[A]

TRIÂNGULOS

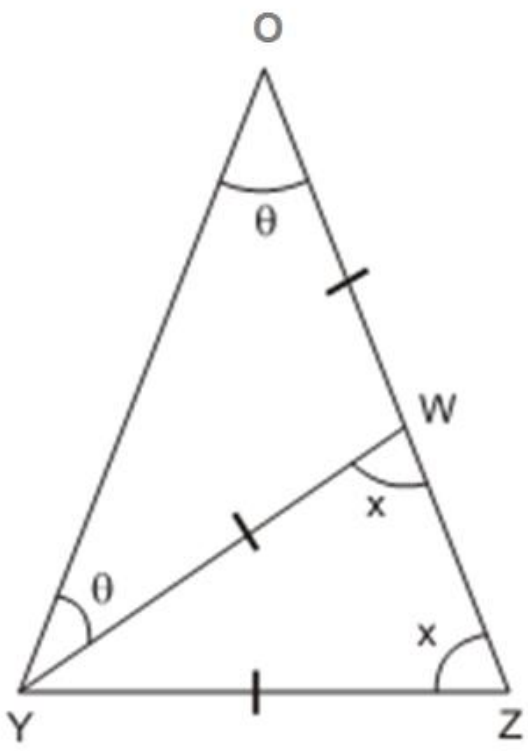
10. No triângulo OYZ, os lados OY e OZ têm medidas iguais. Se W é um ponto do lado OZ tal que os segmentos YW, WO e YZ têm a mesma medida, então, a medida do ângulo YÔZ é

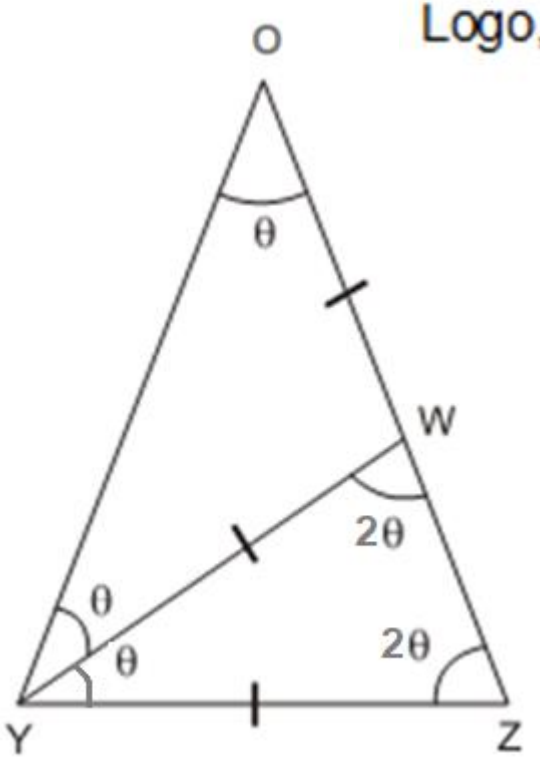
a) 46°.
b) 42°.
c) 36°.
d) 30°.

TRIÂNGULOS

10. No triângulo OYZ, os lados OY e OZ têm medidas iguais. Se W é um ponto do lado OZ tal que os segmentos YW, WO e YZ têm a mesma medida, então, a medida do ângulo YÔZ é

a) 46°.
b) 42°.
c) 36°.
d) 30°.





No ΔOYZ: $5 \cdot \theta = 180° \Rightarrow \theta = 36°$

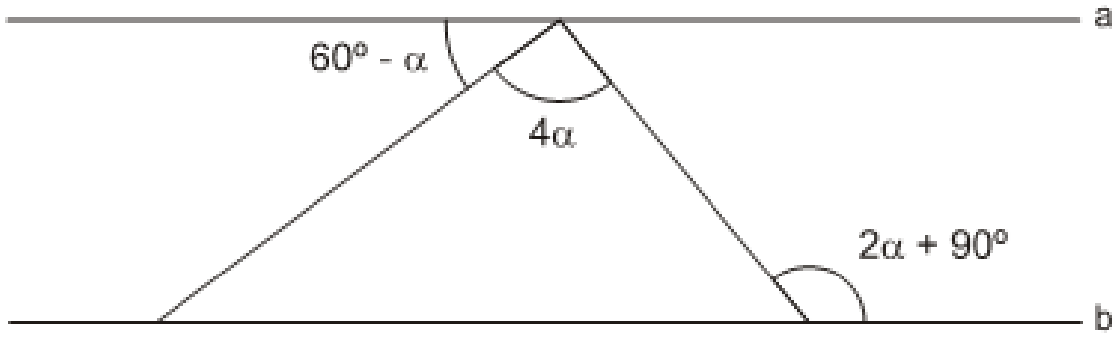
Logo, $\boxed{YÔZ : 36°}$.

Resposta da questão 10:
[C]

TRIÂNGULOS

11. Na figura abaixo, a e b são retas paralelas. A afimação correta a respeito do número que expressa, em graus, a medida do ângulo α é

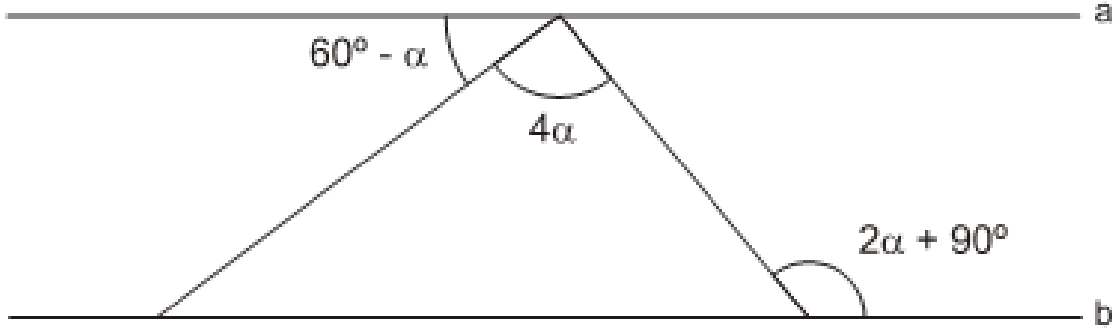
a) um número primo maior que 23.
b) um número ímpar.
c) um múltiplo de 4.
d) um divisor de 60.
e) um múltiplo comum entre 5 e 7.



TRIÂNGULOS

11. Na figura abaixo, a e b são retas paralelas. A afirmação correta a respeito do número que expressa, em graus, a medida do ângulo α é

a) um número primo maior que 23.
b) um número ímpar.
c) um múltiplo de 4.
d) um divisor de 60.
e) um múltiplo comum entre 5 e 7.



Os ângulos $(60° - \alpha + 4\alpha) = (60° + 3\alpha)$ e $2\alpha + 90°$ são alternos internos.

Portanto, $60° + 3\alpha = 2\alpha + 90° \Leftrightarrow \alpha = 30°$,

que é um divisor de 60.

Resposta da questão 11:
[D]

TRIÂNGULOS

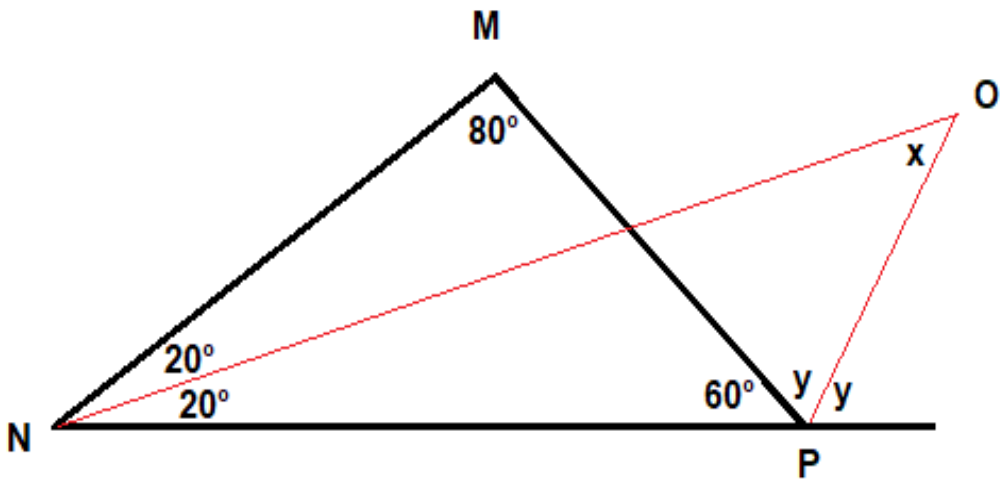
12. O triângulo MNP é tal que ângulo M = 80° e ângulo P = 60°. A medida do ângulo formado pela bissetriz do ângulo interno N com a bissetriz do ângulo externo P é:

a) 20°
b) 30°
c) 40°
d) 50°
e) 60°

TRIÂNGULOS

12. O triângulo MNP é tal que ângulo M = 80° e ângulo P = 60°. A medida do ângulo formado pela bissetriz do ângulo interno N com a bissetriz do ângulo externo P é:

a) 20°
b) 30°
c) 40°
d) 50°
e) 60°



$$\begin{cases} y = x + 20° \\ 2y = 120° \rightarrow y = 60° \end{cases}$$

$$60° = x + 20° \rightarrow x = 40°$$

Resposta da questão 12:

[C]

TRIÂNGULOS

13 - Dois lados de um triângulo medem 14 cm e 27 cm, respectivamente. Determine as possíveis medidas inteiras para o terceiro lado sabendo que essa medida é múltiplo de 9.

TRIÂNGULOS

13 - Dois lados de um triângulo medem 14 cm e 27 cm, respectivamente. Determine as possíveis medidas inteiras para o terceiro lado sabendo que essa medida é múltiplo de 9.

$$|27 - 14| < x < 27 + 14$$

$$13 < x < 41$$

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ 18 & 27 & 36 \end{array}$$