TM 14 - 2ª SÉRIE - LUIZ – MATEMÁTICA

01. (Fuvest 2014) Deseja-se formar uma comissão composta por sete membros do Senado Federal brasileiro, atendendo às seguintes condições: (i) nenhuma unidade da Federação terá dois membros na comissão, (ii) cada uma das duas regiões administrativas mais populosas terá dois membros e (iii) cada uma das outras três regiões terá um membro.

a) Quantas unidades da Federação tem cada região?
b) Chame de N o número de comissões diferentes que podem ser formadas (duas comissões são consideradas iguais quando têm os mesmos membros). Encontre uma expressão para N e simplifique-a de modo a obter sua decomposição em fatores primos.
c) Chame de P a probabilidade de se obter uma comissão que satisfaça as condições exigidas, ao se escolher sete senadores ao acaso. Verifique que $P < 1/50$.

Segundo a Constituição da República Federativa do Brasil – 1988, cada unidade da Federação é representada por três senadores.

02. (Fuvest 2013) Sócrates e Xantipa enfrentam-se em um popular jogo de tabuleiro, que envolve a conquista e ocupação de territórios em um mapa. Sócrates ataca jogando três dados e Xantipa se defende com dois. Depois de lançados os dados, que são honestos, Sócrates terá conquistado um território se e somente se as duas condições seguintes forem satisfeitas:

1) o maior valor obtido em seus dados for maior que o maior valor obtido por Xantipa;
2) algum outro dado de Sócrates cair com um valor maior que o menor valor obtido por Xantipa.

a) No caso em que Xantipa tira 5 e 5, quantas possibilidades de Sócrates conquistar o território em jogo?
b) No caso em que Xantipa tira 5 e 4, quantas possibilidades de Sócrates conquistar o território em jogo?

03. (Fuvest 2012) Dez meninas e seis meninos participarão de um torneio de tênis infantil. De quantas maneiras distintas essas 16 crianças podem ser separadas nos grupos A, B, C e D, cada um deles com 4 jogadores, sabendo que os grupos A e C serão formados apenas por meninas e o grupo B, apenas por meninos?

04. (Fuvest 2011) Para a prova de um concurso vestibular, foram elaboradas 14 questões, sendo 7 de Português, 4 de Geografia e 3 de Matemática. Diferentes versões da prova poderão ser produzidas, permutando-se livremente essas 14 questões.

a) Quantas versões distintas da prova poderão ser produzidas?
b) A instituição responsável pelo vestibular definiu as versões classe A da prova como sendo aquelas que seguem o seguinte padrão: as 7 primeiras questões são de Português, a última deve ser uma questão de Matemática e, ainda mais: duas questões de Matemática não podem aparecer em posições consecutivas. Quantas versões classe A distintas da prova poderão ser produzidas?

05. (Fuvest 2011)

a) Quantos são os números inteiros positivos de quatro algarismos, escolhidos sem repetição, entre 1, 3, 5, 6, 8, 9?
b) Dentre os números inteiros positivos de quatro algarismos citados no item a), quantos são divisíveis por 5?
c) Dentre os números inteiros positivos de quatro algarismos citados no item a), quantos são divisíveis por 4?

06. (Fuvest 2010) Seja n um numero inteiro, $n \geq 0$.

a) Calcule de quantas maneiras distintas n bolas idênticas podem ser distribuídas entre Luís e Antônio.
b) Calcule de quantas maneiras distintas n bolas idênticas podem ser distribuídas entre Pedro, Luís e Antônio.
c) Considere, agora, um número natural k tal que $0 \leq k \leq n$. Supondo que cada uma das distribuições do item b) tenha a mesma chance de ocorrer, determine a probabilidade de que, após uma dada distribuição, Pedro receba uma quantidade de bolas maior ou igual a k.

Observação: Nos itens a) e b), consideram-se válidas as distribuições nas quais uma ou mais pessoas não recebam bola alguma.

Respostas:

a) n + 1

b) $\dfrac{(n+2)(n+1)}{2}$

c) $\dfrac{(n-k+2)(n-k+1)}{(n+2)(n+1)}$

07. (Fuvest 2010) Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para sua conta bancária. Nessa senha, somente os algarismos 1,2,3,4,5 podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha contenha o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido imediatamente pelo algarismo 3. De quantas maneiras distintas Maria pode escolher sua senha?

a) 551
b) 552
c) 553
d) 554
e) 555

08. (Fuvest 2008) Um lotação possui três bancos para passageiros, cada um com três lugares, e deve transportar os três membros da família Sousa, o casal Lúcia e Mauro e mais quatro pessoas. Além disso,

1. a família Sousa quer ocupar um mesmo banco;
2. Lúcia e Mauro querem sentar-se lado a lado.

Nessas condições, o número de maneiras distintas de dispor os nove passageiros no lotação é igual a

a) 928
b) 1152
c) 1828
d) 2412
e) 3456

09. (Fuvest 2006) Em uma certa comunidade, dois homens sempre se cumprimentam (na chegada) com um aperto de mão e se despedem (na saída) com outro aperto de mão. Um homem e uma mulher se cumprimentam com um aperto de mão, mas se despedem com um aceno. Duas mulheres só trocam acenos, tanto para se cumprimentarem quanto para se despedirem.

Em uma comemoração, na qual 37 pessoas almoçaram juntas, todos se cumprimentaram e se despediram na forma descrita acima. Quantos dos presentes eram mulheres, sabendo que foram trocados 720 apertos de mão?

a) 16
b) 17
c) 18
d) 19
e) 20

10. (Fuvest 2005) Participam de um torneio de voleibol, 20 times distribuídos em 4 chaves, de 5 times cada. Na 1ª fase do torneio, os times jogam entre si uma única vez (um único turno), todos contra todos em cada chave, sendo que os 2 melhores de cada chave passam para a 2ª fase.

Na 2ª fase, os jogos são eliminatórios; depois de cada partida, apenas o vencedor permanece no torneio. Logo, o número de jogos necessários até que se apure o campeão do torneio é

a) 39
b) 41
c) 43
d) 45
e) 47

11. (Fuvest 2004) Três empresas devem ser contratadas para realizar quatro trabalhos distintos em um condomínio. Cada trabalho será atribuído a uma única empresa e todas elas devem ser contratadas. De quantas maneiras distintas podem ser distribuídos os trabalhos?

a) 12
b) 18
c) 36
d) 72
e) 108