Tarefa 06 – Professor Anthony

Frente E:
- Média Aritmética;
- Média Ponderada;
- Média Geométrica;
- Média Harmônica;
- Média Quadrática;

01. (G1 - ifpe 2018) Embora pouco conhecida, a “média harmônica” é utilizada em várias situações do dia a dia. Por exemplo, para calcular a velocidade média em um percurso que é feito metade da distância com velocidade V_1 e a outra metade com velocidade V_2.
Podemos definir a média harmônica entre dois valores não nulos x e y, como sendo o número H, tal que:

$$\frac{1}{H}+\frac{1}{H}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}.$$

Utilizando a definição acima, encontre uma expressão algébrica destacando H em função de x e y.

a) $H=\sqrt{xy}$
b) $H=\frac{x+y}{2}$
c) $H=\frac{2xy}{x+y}$
d) $H=\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$
e) $H=\frac{x+y}{4}$

02. (Acafe 2017) A média aritmética de três números naturais a, b e c excede o menor em 16 unidades, e é 14 unidades menor que o maior deles. Se a mediana dos três números é 24 então, a média geométrica entre a e c é igual a:

a) $6\sqrt{6}.$
b) $8\sqrt{6}.$
c) $4\sqrt{6}.$
d) $2\sqrt{6}.$

03. Sejam x e y dois números reais positivos. Definimos as seguintes médias:
- média aritmética, denotada por MA(x,y) calculada como a metade da soma entre x e y;
- média geométrica, denotada por MG(x,y) calculada como a raiz quadrada do produto entre x e y;
- média harmônica, denotada por MH(x,y) calculada como o inverso da média aritmética entre os inversos de x e y,

Sejam a e b dois números reais e positivos tais que MH(a,b) = A. O valor de a em função de b e a condição que se deve impor sobre o valor de b para que isso aconteça são, respectivamente,

a) $\frac{Ab}{2b-A}$ e $b>\frac{A}{2}.$
b) $\frac{Ab}{2b-A}$ e $b<\frac{A}{2}.$
c) $\frac{A}{2}$ e $b>\frac{1}{A}.$
d) $\frac{A}{2}$ e $b<\frac{1}{A}.$
e) $a=2A-b$ e $b>0.$

04. (Insper 2016) Em um concurso público, o critério de classificação é obter nota final maior ou igual a 10, em uma escala de 0 a 16. A nota final é calculada como a média **geométrica** entre duas notas: a da prova de conhecimentos gerais e a da prova de conhecimentos específicos, ambas na mesma escala de 0 a 16.

As provas são aplicadas em dias diferentes, sendo a primeira de conhecimentos gerais. De acordo com o critério descrito, existe uma nota mínima a ser atingida nessa prova, caso contrário o candidato estará automaticamente desclassificado, independentemente da nota que venha a tirar na prova de conhecimentos específicos. O valor dessa nota mínima é

a) 0
b) 5,75
c) 6,00
d) 6,25
e) 10,00

05. Sejam a e b números reais positivos. O menor valor para a expressão $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ é

a) 0.
b) 1.
c) 2.
d) 3.
e) 4.

06. Um automóvel subiu uma ladeira a uma velocidade média de 60 km/h e, em seguida, desceu a mesma **l**adeira à velocidade média de 100 km/h. A velocidade média desse veículo no percurso inteiro foi de

a) 72 km/h
b) 75 km/h
c) 78 km/h
d) 80 km/h
e) 84 km/h

07. (G1 - cp2 2019) Atualmente, o sistema de avaliação do Colégio Pedro II considera aprovado o estudante que tenha, no mínimo, 75% de presença nas aulas e obtenha média anual ponderada (MA), nas três avaliações trimestrais (certificações), respectivamente com pesos 3,3 e 4, igual ou superior a 7,0 (sete). Caso não consiga essa média anual, o estudante deve fazer uma prova final de verificação (PFV). Nesse caso, a média final ponderada (MF) é calculada com peso 3 para a média anual e peso 2 para prova final, e será aprovado o estudante que obtiver média final igual ou superior a 5,0 (cinco).

Desta forma, por exemplo, um estudante com notas 4,0 ; 8,0 e 5,0 respectivamente, nas três primeiras certificações de Matemática, fica com uma média anual

$$\text{MA}=\frac{3\times 4+3\times 8+4\times 5}{3+3+4}=\frac{56}{10}=5{,}6.$$

Esse estudante deve fazer a prova final de verificação e precisa tirar 4,1 nesta avaliação para obter a média final mínima para ser aprovado. Ou seja,

$$\text{MF}=\frac{3\times 5{,}6+2\times 4{,}1}{3+2}=\frac{25}{5}=5{,}0.$$

Se Geisa tirou, nas três primeiras certificações, 2,0 ; 6,0 e 9,0 respectivamente, quanto ela precisa tirar na prova final de verificação, para obter a média final mínima para ser aprovada?

a) 3,1
b) 3,5
c) 4,1
d) 5,0
e) 7,5

08. (Unifesp 2018) Um estudo médico recrutou 160 pacientes homens com histórico de alterações no antígeno prostático específico (PSA). Os pacientes foram submetidos aos exames laboratoriais de PSA total e de PSA livre e, em seguida, a uma biópsia da próstata. A biópsia apontou, em cada caso, se a patologia era maligna ou benigna. A tabela apresenta os resultados das médias dos exames laboratoriais do grupo de pacientes com patologia maligna e do grupo de pacientes com patologia benigna.

PSA (média)	Biópsia com indicação de patologia maligna	Biópsia com indicação de patologia benigna
PSA total (ng/mL)	10	8
PSA livre (ng/mL)	1,9	2
PSA livre $\div$ PSA total	0,19	0,25

Pedro foi um dos pacientes que participou do estudo e seus exames indicaram $\text{PSA total} = 9{,}5\ ng/mL$ e $\text{PSA livre} = 2{,}28\ ng/mL$.

a) Calcule o quociente entre o PSA livre e o PSA total de Pedro. Usando esse indicador como referência na comparação com os dados da tabela, indique se o resultado do exame de Pedro está numericamente mais próximo ao resultado médio do exame de quem tem a patologia maligna ou de quem tem a patologia benigna.

b) Sabendo que 40% dos pacientes foram diagnosticados com patologia maligna, calcule a média do PSA total dos 160 pacientes que participaram do estudo.