Professor Diego - Tarefa 13

01. Um fino pedaço de madeira, homogêneo e com espessura constante, tem o formato de um triângulo equilátero de lado 4 cm e pesa 20 gramas. Um outro pedaço da mesma madeira, com a mesma espessura e também homogêneo, tem o formato de um triângulo equilátero de lado 12 cm. Quanto pesa esse segundo pedaço de madeira?

02. Para fugir de perguntas que são uma espécie de clichê, alguns selecionadores conduzem entrevistas de emprego um tanto peculiares, como, por exemplo, solicitar a estimativa do número de bolinhas de pingue-pongue que se pode colocar em determinado recipiente, como forma de verificar o processo de solução de problemas utilizado pelo candidato.

Imagine-se em uma entrevista, na qual o selecionador lhe apresente o seguinte desafio: "quantas bolinhas de pingue-pongue cabem num contêiner"?
Certamente alguns dados seriam fornecidos, tais como dimensões do contêiner e das bolinhas, como no exemplo abaixo:

a) O contêiner tem formato retangular com as seguintes dimensões: 6 metros de comprimento, 2,6 metros de largura e 2,4 metros de altura. Calcule o volume desse contêiner, em metros cúbicos.
b) Calcule quantos metros quadrados serão necessários para forrar o interior desse contêiner com certo material adesivo.
c) O contêiner transporta caixas retangulares de dimensões 15cm x 10cm x 5cm, com 6 bolinhas em cada caixa. Calcule, então, o número de bolinhas de pingue-pongue que cabem no contêiner.

03. Uma pesquisa realizada durante 75 anos nos Estados Unidos mostrou que não é uma carreira de sucesso, a fama ou os bens adquiridos durante a vida a fórmula da felicidade para uma jornada tranquila. Segundo o estudo, as pessoas que participam de grupos sociais, se relacionam bem com a família, com os amigos e com a comunidade são mais felizes, fisicamente mais saudáveis e vivem mais tempo do que as pessoas que têm menos relações sociais.

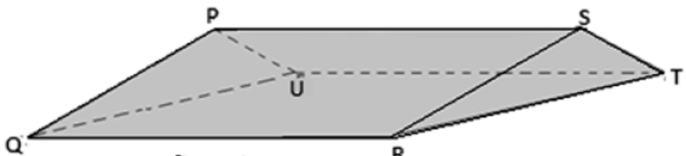


figura 1

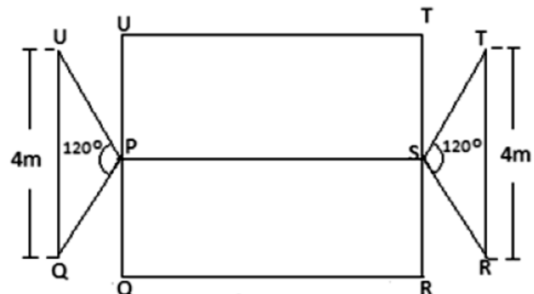
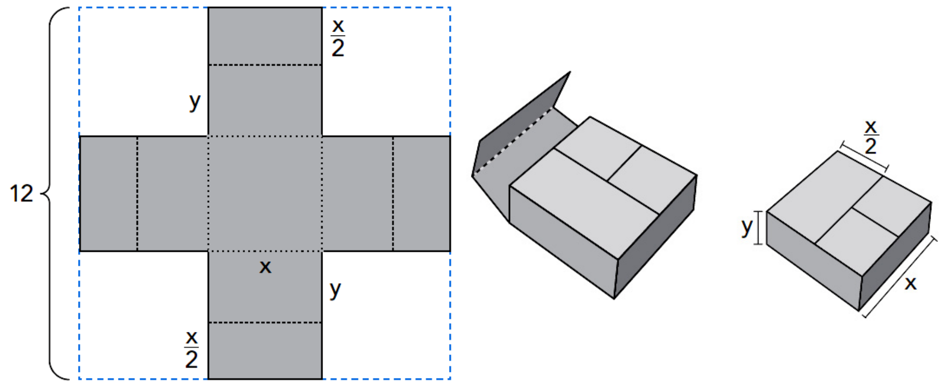


figura 2

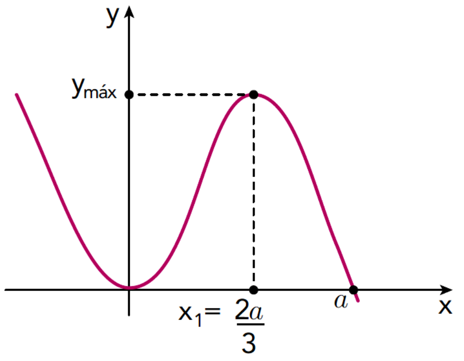
Uma pessoa para realizar um evento ao ar livre, com familiares e amigos, está planejando instalar um toldo cuja cobertura tem a forma do sólido, de volume igual a $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ m³, representado na figura 1.

Com base nessa informação, calcule a área total da planificação dessa cobertura, constituída por dois retângulos congruentes e dois triângulos, representada na figura 2.

04. Para construir uma caixa com a forma de um paralelepípedo retângulo, foi usado um quadrado de cartolina de 12 cm de lado. Nessa cartolina, recortou-se um dodecágono com quatro lados medindo x cm e oito lados medindo $\left(\frac{x}{2}+y\right)$ cm. A caixa tem altura y e sua base é um quadrado de lado x. Observe as ilustrações:



Sabe-se que o gráfico a seguir representa uma função polinomial de variável real definida por $P(x) = -x^3 + ax^2$, sendo a um número real positivo. Para x > 0, P(x) assume valor máximo em $x_1 = \frac{2a}{3}$.

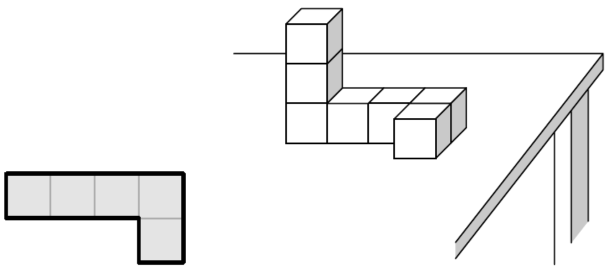


Com base nessas informações, calcule o maior volume que essa caixa pode assumir.

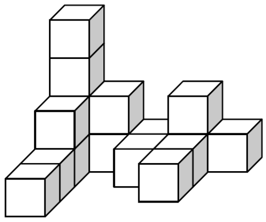
05. Gui ganhou um aquário em forma de um paralelepípedo retangular, e quer enchê-lo com 640 ml de água. Gui resolveu colocar o aquário em cima da mesa. Ao apoiar a face **A** em cima da mesa, a água atingiu altura de 4 cm. Ao apoiar a face **B** em cima da mesa, a altura que a água atingiu foi de 8 cm. Ao colocar a face **C** em contato com a mesa, a água atingiu altura de 10 cm.

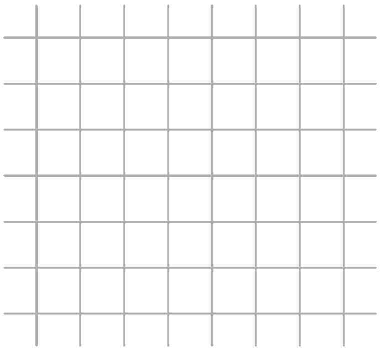
a) Determine as medidas das dimensões do aquário.
b) Determine a medida da área da menor face do aquário.
c) Determine a medida do volume do aquário, em litros.

06. Janaína junta cubinhos de modo que as faces em contato coincidam completamente. Ela montou a peça ao lado sobre uma mesa e observou que as faces em contato com a mesa deixaram a seguinte marca:



a) Acrescentando mais dez cubinhos à peça sobre a mesa, Janaína obteve a peça abaixo. Desenhe no quadriculado a marca que essa nova peça deixa sobre a mesa.

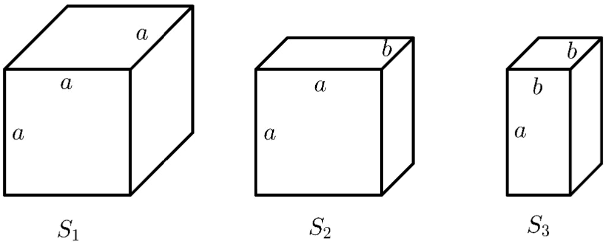




b) Qual é o menor número de cubinhos que Janaína deve acrescentar à peça da figura do item a) para que a marca deixada sobre a mesa pela nova peça seja uma região quadrada?

c) A partir da peça do item a), Janaína acrescentou o menor número possível de cubinhos até completar um cubo. Quantos cubinhos ela teve que acrescentar desta vez?

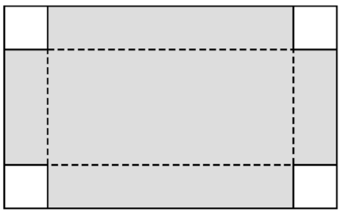
07. Considere os três sólidos exibidos na figura abaixo, um cubo e dois paralelepípedos retângulos, em que os comprimentos das arestas, a e b, são tais que a > b > 0.



a) Determine a razão r = a/b para a qual o volume de S_1 é igual à soma dos volumes de S_2 e S_3.

b) Sabendo que a soma dos comprimentos de todas as arestas dos três sólidos é igual a 60 cm, determine a soma das áreas de superfície dos três sólidos.

08. De uma folha de papelão de lados de medidas 23 e 14 foram retirados, dos quatro cantos, quadrados de lado de medida 3 para construir uma caixa (sem tampa) dobrando o papelão nas linhas pontilhadas.

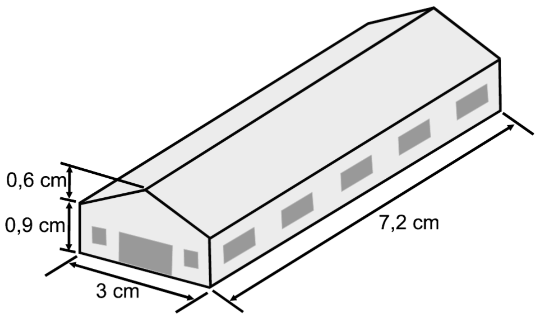


a) Determine o perímetro da folha de papelão após a retirada dos quatro cantos.

b) Determine a área da folha de papelão após a retirada dos quatro cantos.

c) Determine o volume da caixa formada.

09. A figura mostra a maquete do depósito a ser construído. A escala é 1 : 500, ou seja, 1cm, na representação, corresponde a 500 cm na realidade.
Qual será a capacidade, em metros cúbicos, do depósito?

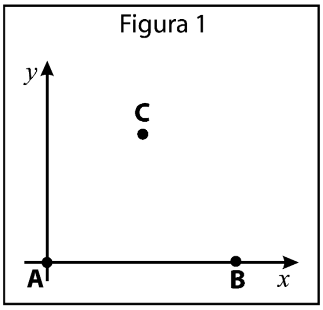


TEXTO: 1 - Comum à questão: 10

Um funcionário do setor de planejamento de uma distribuidora de materiais escolares verifica que as lojas dos seus três clientes mais importantes estão localizadas nos pontos **A(0,0), B(6,0) e C(3,4)**.

Todas as unidades são dadas em quilômetros.

O setor de planejamento decidiu instalar um depósito no ponto **P**(x, y), de modo que as distâncias entre o depósito e as três lojas sejam iguais: **PA = PB = PC**.



Uma pesquisa feita na Loja **A** estima que a quantidade de certo tipo de lapiseiras vendidas varia linearmente, de acordo com o preço de cada uma. O mesmo ocorre com o preço unitário de determinado tipo de agenda escolar e a quantidade vendida.

Preço de uma lapiseira	Quantidade	Preço de uma agenda	Quantidade
R$10,00	100	R$ 24,00	200
R$15,00	80	R$13,50	270
R$ 20,00	60	R$ 30,00	160

A Loja **B** monta dois tipos de estojos de madeira fechados. Um tipo, com 24 lápis de cor em cada estojo, é uma caixa que tem a forma de um paralelepípedo retângulo de base quadrada, de 16 cm de lado e volume igual a 576 cm^3.

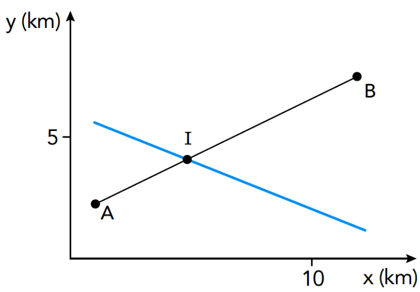
O outro tipo, com 18 lápis de cor em cada estojo, tem a forma de um cubo, e o seu custo de fabricação é 3/4 do custo de fabricação do primeiro estojo.

Para o lojista, o custo de fabricação de cada estojo, independente de sua forma, é R$ 0,10 o centímetro quadrado.

A Loja **C**, a menor de todas, trabalha somente com três funcionários: Alberto, Beatriz e Carla. A soma dos salários mensais dos três, em dezembro de 2011, era de R$ 5 000,00.

10. Qual é o volume de cada estojo com 18 lápis de cor? Aproxime a medida de cada aresta do estojo para o inteiro mais próximo.

11. No projeto de construção de uma estrada retilínea entre duas vilas, foi escolhido um sistema referencial cartesiano em que os centros das vilas estão nos pontos A(1,2) e B(11,7). O trecho AB é atravessado por um rio que tem seu curso em linha reta, cuja equação, nesse sistema, é $x + 3y = 17$. Observe abaixo o esboço do projeto.



Desprezando as larguras da estrada e do rio, determine as coordenadas do ponto de interseção I.

TEXTO: 2 - Comum à questão: 12

No plano cartesiano *Oxy*, a circunferência C tem centro no ponto P = (2, 1), e a reta é tangente a C no ponto Q = (−1, 5).

12. Encontre uma equação para a reta t.

13. Quando uma bola rola em uma mesa de bilhar, em linha reta, sem deslizar, com velocidade de translação *v*, sua energia cinética total *E* é a soma da energia cinética de translação E_C com a energia cinética de rotação E_R, ou seja,

$$E(v) = E_C\,(v) + E_R\,(v)$$

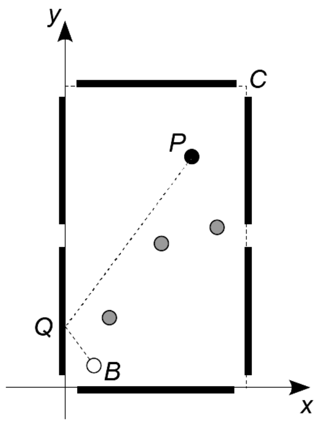
Para uma bola de bilhar com massa *m*, tem-se $E_C\,(v) = \dfrac{mv^2}{2}$ e $E_R(v) = \dfrac{mv^2}{5}$.

Considere que, ao rolar no tecido da mesa, a bola perde 0,08 J de energia por metro percorrido e, por isso, sua velocidade diminui gradativamente.

A figura abaixo representa uma mesa de bilhar em um sistema de coordenadas cartesianas, tendo o metro como unidade de comprimento. A bola branca encontra-se no ponto $B = \left(\dfrac{3}{10}, \dfrac{1}{10}\right)$, e a bola preta em $P = \left(\dfrac{9}{10}, \dfrac{17}{10}\right)$.

Todas as bolas estão inicialmente em repouso.

Para levar a bola preta à caçapa em $C = \left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{5}{2}\right)$, a bola branca é lançada em direção a um ponto *P* ', imagem de *P* refletido em relação ao eixo y. Após uma colisão perfeitamente elástica com a lateral da mesa em um ponto Q, do eixo y, a bola branca segue em direção a *C* e colide frontalmente com a bola preta, transferindo a ela $\dfrac{2}{3}$ de sua energia. Nessas condições,



a) quais as coordenadas do ponto Q?
b) considerando que a massa de cada bola é 0,1 kg, qual deve ser, no mínimo, a velocidade inicial da bola branca, em m/s, para que a bola preta alcance o ponto C?

14. Determine uma equação para cada reta que passa pelo ponto (2, 4) e intercepta o gráfico da função f definida por f(*x*) = x^2 em um único ponto.

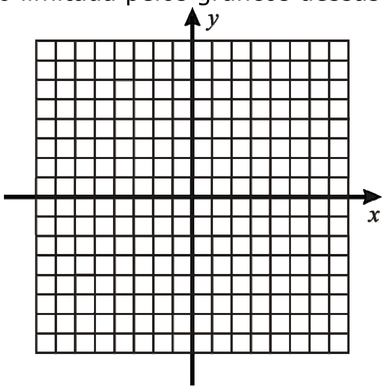
15. Dada a reta $r : y = 2x$ do plano cartesiano *xy*, determine a equação da reta *s*, a qual é paralela à *r*, e está, de *r*, a uma distância igual a 1 e não intercepta o quarto quadrante do plano cartesiano.

16. Seja dada a reta x − 3y + 6 = 0 no plano xy.
a) Se P é um ponto qualquer desse plano, quantas retas do plano passam por P e formam um ângulo de 45º com a reta dada acima?
b) Para o ponto P com coordenadas (2, 5), determine as equações das retas mencionadas no item (a).

17. Considerando as retas dadas pelas equações $y = y, y = -x, y = x - 6$ e $y = -x+6$,

a) esboce, na figura inserida no espaço destinado à resposta, os gráficos dessas retas;

b) determine o perímetro da região limitada pelos gráficos dessas retas.



18. Escreva a equação da reta que passa pelo ponto P (3, 1) e que determina com os eixos $\vec{O}x$ e $\vec{O}y$ um triângulo localizado no primeiro quadrante e de área igual a $\frac{25}{4}\text{cm}^2$.

19. Determine a equação da reta que é paralela à reta $3x + 2y + 6 = 0$ e que passa pelos pontos $(x_1, y_1) = (0, b)$ e $(x_2, y_2) = (-2, 4b)$ com $b \in R$.

20. A feira de Caruaru

A feira de Caruaru
Faz gosto da gente ver
De tudo que há no mundo
Nela tem pra vender
http://luiz-gonzaga.letras.terra.com.br

A cidade a que se refere Luiz Gonzaga em sua canção está indicada no mapa abaixo como a origem de um sistema de eixos ortogonais xOy.

(Adaptado de *Almanaque Abril,* 2000.)

Considere que a região de influência da feira de Caruaru seja representada, nesse sistema de eixos, pela inequação $x^2 + y^2 \leq 2{,}25$, com x e y medidos em centímetros.

Em relação à região de influência da feira,

a) determine sua área, em km^2, supondo que a escala do mapa seja de 1:10.000.000;

b) demonstre que uma cidade situada nas coordenadas $\left(\frac{11}{10}, \frac{11}{10}\right)$ do sistema de eixos considerado não está nessa região.