Professor Diego - Tarefa 08 e 09

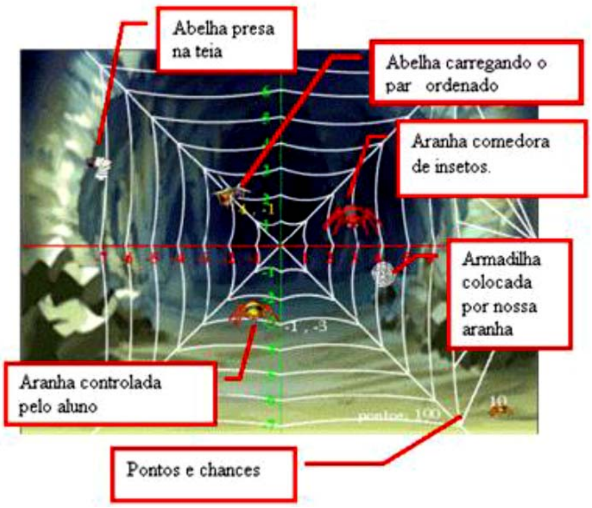
01. (ITA SP) Considere dois círculos no primeiro quadrante:

C_1 com centro (x_1, y_1), raio r_1 e área $\frac{\pi}{16}$.
C_2 com centro $(x_2; y_2)$, raio r_2 e área 144π.

Sabendo que (x_1, y_1, r_1) e (x_2, y_2, r_2) são duas progressões geométricas com somas dos termos iguais a $\frac{7}{4}$ e 21, respectivamente, então a distância entre os centros de C_1 e C_2 é igual a

a) $\frac{\sqrt{123}}{2}$.
b) $\frac{\sqrt{129}}{2}$.
c) $\frac{\sqrt{131}}{2}$.
d) $\frac{\sqrt{135}}{2}$.
e) $\frac{\sqrt{137}}{2}$.

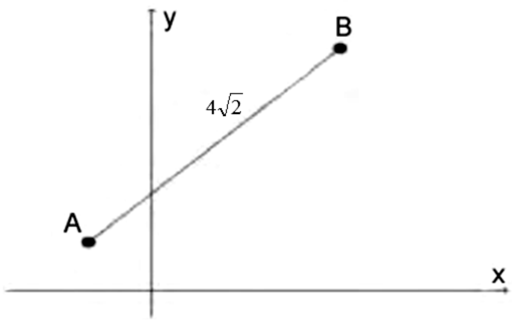
02. (IFPE) Vemos abaixo um momento do jogo Teia Cartesiana. A distância entre a abelha presa na teia, que se encontra no ponto (–7,3), e a armadilha colocada por nossa aranha, que está no ponto (4, –1), no plano cartesiano referência desse jogo, é



Disponível em: http:<//matematicagames.blogspot.com.br/p/jogos-teia-cartesiana-baixar-este.html>. Acesso em: 27 jun.2017.

a) 5
b) $\sqrt{13}$
c) $\sqrt{125}$
d) $\sqrt{105}$
e) $\sqrt{137}$

03. (UNEMAT MT) Na figura abaixo, o segmento AB é a hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles ACB, retângulo em C, e mede $4\sqrt{2}$.



Sabendo que as coordenadas do ponto A são (−1,1), e que a abscissa do ponto C é positiva, as coordenadas de C são:

a) (3, −3)
b) (3,1)
c) (−1,5)
d) $(-1 + 4\sqrt{2}, 1)$
e) (−5,5)

04. (UNEMAT MT) Um grupo de escoteiros resolveu montar o acampamento de tal forma que foram armadas três grandes barracas, as quais ficaram equidistantes de um ponto onde se localizava a fogueira. Para tanto, as barracas foram distribuídas usando um plano cartesiano como referência.

Sabendo que as barracas estavam localizadas nos pontos H(1;3), I(1;1) e J(4;1), em qual ponto desse plano cartesiano está localizada a fogueira?

a) (2,5; 2)
b) (2; 2,5)
c) (2,5; 2,5)
d) (2,5; 1)
e) (1; 2,5)

05. (ENEM) Foi utilizado o plano cartesiano para a representação de um pavimento de lojas. A loja A está localizada no ponto A(1 ; 2). No ponto médio entre a loja A e a loja B está o sanitário S, localizado no ponto S(5 ; 10).

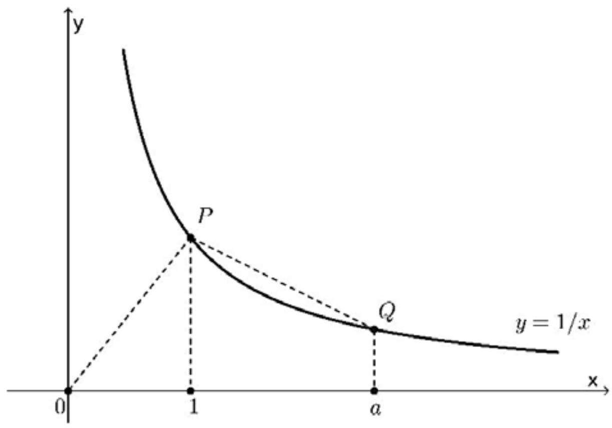
Determine as coordenadas do ponto de localização da loja B.

a) (−3 ; −6)
b) (−6 ; −3)
c) (3 ; 6)
d) (9 ; 18)
e) (18 ; 9)

06. (IME RJ) Considere quatro pontos distintos coplanares. Das distâncias entre esses pontos, quatro delas valem a e duas delas valem b. O valor máximo da relação $\left(\frac{b}{a}\right)^2$ é

a) 2
b) $1+\sqrt{3}$
c) $2+\sqrt{3}$
d) $1+2\sqrt{2}$
e) $2+2\sqrt{3}$

07. (UNICAMP SP) A figura abaixo exibe o gráfico da função f(x) = 1/x, definida para todo número real x > 0. Os pontos P e Q têm abscissas x = 1 e x = a, respectivamente, onde a é um número real e a > 1.



a) Considere o quadrilátero T com vértices em (0, 0), P, Q e (a, 0). Para a = 2, verifique que a área de T é igual ao quadrado da distância de P a Q.
b) Seja r a reta que passa pela origem e é ortogonal à reta que passa por P e Q. Determine o valor de a para o qual o ponto de intersecção da reta r com o gráfico da função f tem ordenada y = a/2.

TEXTO: 1 - Comum à questão: 8
No plano cartesiano *Oxy*, a circunferência C tem centro no ponto P = (2, 1), e a reta é tangente a C no ponto Q = (−1, 5).

08. (FUVEST SP) Determine o raio da circunferência C.

09. (UFU MG) Suponha que os pontos A(0,0), $B(3, 3\sqrt{3})$ e $C(9, 3\sqrt{3})$ representam três torres de observação ao longo de um anel viário circular, representado pelo círculo λ centrado no ponto P(6,0).
Uma nova torre será construída nesse anel, localizada num ponto D de modo que CD é um diâmetro do círculo λ.
Essas torres determinam um quadrilátero ABCD inscrito no circulo λ e, de cada torre, é possível enxergar as outras três torres segundo um ângulo de visão (ângulo interno do quadrilátero).

Elabore e execute um plano de resolução de maneira a determinar:
a) As coordenadas cartesianas do ponto que representa a torre D.
b) Os valores, em graus, dos ângulos de visão $D\hat{A}B$, $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$ e $C\hat{D}A$.

10. (UEM PR) Considere um sistema cartesiano ortogonal de origem $O = (0, 0)$. Um ponto nesse sistema é representado na forma (x, y), sendo x a sua abscissa e y a sua ordenada. Assinale o que for correto.

01. O vetor $\vec{v}$ representado pelo segmento orientado $\overrightarrow{AB}$, sendo A = (0, 1) e B = (1, 2), tem módulo $\sqrt{3}$.
02. Considere os pontos A = (1, 2), B = (3, 4), C = (5, 7) e D = (8, 10). Os vetores representados pelos segmentos orientados $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{DC}$ têm a mesma direção.
04. Considere os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ representados, respectivamente, pelos segmentos orientados $\overrightarrow{OB}$ e $\overrightarrow{BD}$, sendo B = (1, 1) e D = 3, 2). Logo, um representante do vetor soma $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ é o segmento orientado $\overrightarrow{OD}$.
08. A equação da reta que passa por A = (1, 2) e B = (3, 4) é dada por $y = x + 1$.
16. Considere os pontos A = (1,1) , B = (2, 2) e C = (3, 3). Os vetores representados pelos segmentos orientados $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{CA}$ têm o mesmo sentido.

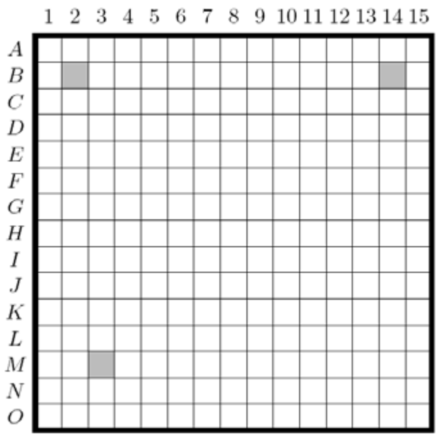
11. (UFSC) Em relação à(s) proposição(ões) abaixo, é **CORRETO** afirmar que:

01. O papiro de Rhind, cópia de um trabalho matemático ainda mais antigo feito pelo escriba Ahmes em escrita hierática, em 1650 a.C., contém problemas aritméticos, algébricos e geométricos. Entre eles, temos o seguinte problema: "Divida 100 pães entre 5 homens de modo que as partes recebidas estejam em progressão aritmética e que um sétimo da soma das três partes maiores seja igual à soma das duas menores" [adaptado]. Portanto, a quantidade de pães que a primeira pessoa recebeu é igual a $1\frac{2}{3}$.

02. Um fornecedor de equipamentos de som e segurança para automóveis recebeu R$ 5.000,00 pela venda de 100 unidades dos diversos produtos A, B e C. Sabendo-se que o preço unitário dos produtos A, B e C é R$ 500,00, R$ 100,00 e R$ 10,00, respectivamente, então a quantidade vendida de produtos do tipo B foi 39 unidades.
04. Em uma atividade de dinâmica de grupo, todas as pessoas cumprimentaram-se apertando as mãos umas das outras. Se foram 435 apertos de mão, então o número de pessoas que participaram da atividade foi 29.
08. A localização no plano cartesiano das Igrejas de São Tomé e de São Pedro são os pontos $T\left(-\frac{76}{10}, 3\right)$ e $P(6,3)$, respectivamente. As duas igrejas badalam seus sinos, precisamente, às 12 horas. Suponha que um físico ouviu os sinos das Igrejas de São Tomé e de São Pedro quando já eram passados 15 segundos e 25 segundos do meio-dia, respectivamente. Se a velocidade com que o som viaja é de 340 metros por segundo, então é possível afirmar que o físico encontra-se no ponto $F\left(-\frac{25}{10}, 3\right)$ deste plano cartesiano. Considere cada unidade do plano cartesiano como 1 km.
16. Não é possível expressar uma porcentagem usando um número irracional.
32. O vírus ebola causa febre hemorrágica, frequentemente fatal. É transmitido pelo contato direto com o sangue, secreções ou sêmen de pessoas portadoras do vírus. As populações africanas são infectadas em alto número, devido à cultura das comunidades. As famílias têm o costume de lavar o corpo dos mortos, o que faz com que o vírus seja transmitido a todos que têm contato com o corpo infectado. Suponha que no primeiro dia do ritual de funeral quatro pessoas foram infectadas. No segundo dia, cada uma dessas quatro pessoas transmitiu a doença para quatro pessoas saudáveis. E assim a doença se propagou nos dias seguintes. Quando o número de pessoas infectadas atingiu 1024, já tinham se passado 6 dias.

12. (FGV) Considere dois números reais a e b tais que a >b >0. O gráfico da função $y = \frac{1}{a}(x-a)^2 - \frac{1}{b}(x-b)^2$ corta o eixo das abscissas nos pontos P e Q.
A distância entre P e Q é:
a) 2(a + b)
b) 2(a − b)
c) $2\sqrt{a^2 + b^2}$
d) $\frac{2ab}{a+b}$
e) $2\sqrt{ab}$

13. (IBMEC SP Insper) A figura mostra um tabuleiro de um jogo Batalha Naval, em que André representou três navios nas posições dadas pelas coordenadas B2, B14 e M3. Cada navio está identificado por um quadrado sombreado.



André deseja instalar uma base em um quadrado do tabuleiro cujo centro fique equidistante dos centros dos três quadrados onde foram posicionados os navios. Para isso, a base deverá estar localizada no quadrado de coordenadas
a) G8.
b) G9.
c) H8.
d) H9.
e) H10.

14 (UNICAMP SP) No plano cartesiano, a reta de equação $2x - 3y = 12$ intercepta os eixos coordenados nos pontos A e B. O ponto médio do segmento AB tem coordenadas

a) (4, 4/3)
b) (3, 2)
c) (4, −4/3)
d) (3, −2)

15. (FGV) Considere, no espaço cartesiano bidimensional, os movimentos unitários *N*, *S*, *L* e *O* definidos a seguir, onde $(a, b) \in R^2$ é um ponto qualquer:

N(a, b) = (a, b + 1)
S(a, b) = a, b – 1)
L(a, b) = (a + 1,b)
O(a, b) = (a – 1,b)

Considere ainda que a notação XY(a,b) significa X(Y(a,b)) , isto é, representa a combinação em sequência dos movimentos unitários X e Y, onde o movimento Y é executado primeiro e, a seguir, o movimento X.

a) Mostre que a combinação dos movimentos N e S, em qualquer ordem, é nula, isto é, NS(a,b) = SN(a,b) = (a,b) .
b) Partindo do ponto (1,4) , quantos caminhos mínimos (isto é, com a menor quantidade possível de movimentos) diferentes podem ser percorridos, utilizando apenas os movimentos unitários definidos, para se chegar ao ponto(−1,7) ?

16. (FGV) Os pontos A(3, −2) e C(−1,4) do plano cartesiano são vértices de um quadrado *ABCD* cujas diagonais são $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. A reta suporte da diagonal $\overline{BD}$ intercepta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada:

a) 2/3
b) 3/5
c) 1/2
d) 1/3
e) 0

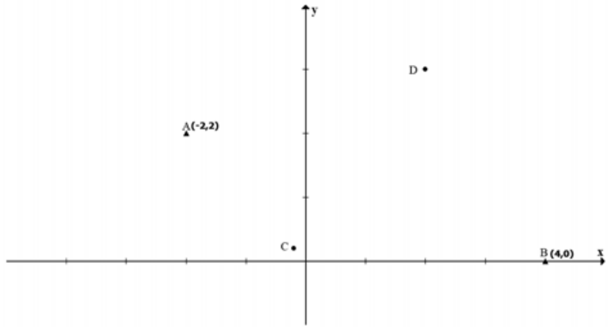
17. (FGV) Na reta real, os pontos P e Q correspondem, respectivamente, aos números −5 e 3. R e S são pontos distintos nessa mesma reta, e a distância de cada um deles até o ponto P é igual ao dobro da distância deles até o ponto Q. Sendo assim, o triplo da distância entre R e S nessa reta é igual a

a) 23.
b) 29.
c) 32.
d) 35.
e) 38.

18. (IFPE) Em alguns países da África, as estradas ainda são muito precárias e com pouca infraestrutura. Em um desses países, há uma estrada já asfaltada, com dois postos de combustível: um no quilômetro 55 e outro no quilômetro 265, sem nenhum outro posto entre eles. O governo desse país decidiu construir cinco postos de combustível entre esses dois já existentes, de modo que a distância **d** entre dois postos consecutivos seja sempre a mesma. Determine o valor de **d**, em quilômetros.

a) 28
b) 35
c) 42
d) 45
e) 46

19. (UEG GO) Duas antenas de celular A e B com raio de cobertura de 2 km e 4 km, respectivamente, estão posicionadas em uma certa cidade nos pontos indicados no plano cartesiano abaixo.



Em relação aos pontos C(−1/5,1/5) e D(2,3), verifica-se que

a) C não pertence à cobertura de A nem de B.
b) C pertence somente à cobertura de A.
c) C pertence somente à cobertura de B.
d) D não pertence à cobertura de A nem de B.

20. (UERN) Seja M o ponto médio do segmento de reta $\overline{AB}$, tal que A(3, 4) e B(7, 8) e N o ponto médio dos segmentos $\overline{OP}$ e $\overline{MB}$. Sendo P(13, 13), a distância entre os pontos A e O, em unidades, é:

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.

21. (UNCISAL) A Geometria Espacial estuda as formas geométricas no espaço. Ela está presente nas abstrações da Matemática e no mundo cotidiano. Sobre essa temática, assinale a alternativa INCORRETA.

a) Há apenas cinco tipos de poliedros regulares convexos, pois os possíveis geradores de ângulos sólidos são os ângulos internos menores que 120º, ou seja, 60º, 90º e 108º. Portanto, as faces desses poliedros são os polígonos: triângulo, quadrado e pentágono.
b) Uma pirâmide pode apresentar a base na forma, por exemplo, dos seguintes polígonos: triângulo, quadrado, pentágono, retângulo, paralelogramo, mas suas faces laterais são, necessariamente, triangulares.
c) Prisma é um sólido geométrico com duas bases poligonais congruentes e paralelas, com faces planas laterais, que são paralelogramos.
d) Todo poliedro regular pode ser decomposto em um número de pirâmides regulares igual ao seu número de faces.
e) O número de lados do polígono da base de uma pirâmide corresponde ao número de faces dessa pirâmide.

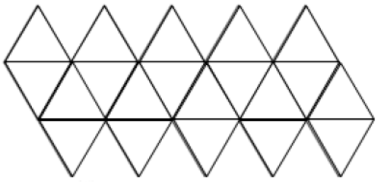
22. (UNITAU SP) Um produto antisséptico é vendido na forma líquida, ocupando 100% do volume de uma embalagem no formato de um tetraedro regular com aresta medindo $\sqrt{162}$ cm. De acordo com as instruções do fabricante, sua eficácia fica comprovada se o produto for diluído em água na proporção equivalente ao contido em 5 embalagens para cada 2 litros de água. Sabendo que o preparador utilizará um recipiente no formato de um cilindro circular reto equilátero de raio 10 cm para fazer a diluição dessas cinco embalagens, a porcentagem que melhor representa o volume ocupado pela mistura nesse recipiente é:
(Adotar $\pi = 3$)

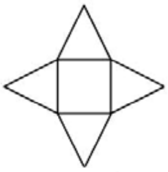
a) 45 %
b) 54 %
c) 65%
d) 74%
e) 85%

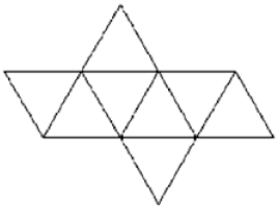
23. (UFJF MG) Observe, abaixo, uma imagem desse vírus que tem a forma de um sólido geométrico.

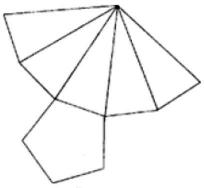
Disponível em: <http://www.thinkstockphotos.com/image/stockillustration-shapes-of-viruses/507687357>. Acesso em: 14 set. 2016.

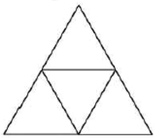
Qual é a planificação do sólido representado por esse vírus?

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

24. (ENEM) O hábito cristalino é um termo utilizado por mineralogistas para descrever a aparência típica de um cristal em termos de tamanho e forma. A granada é um mineral cujo hábito cristalino é um poliedro com 30 arestas e 20 vértices. Um mineralogista construiu um modelo ilustrativo de um cristal de granada pela junção dos polígonos correspondentes às faces.

Supondo que o poliedro ilustrativo de um cristal de granada é convexo, então a quantidade de faces utilizadas na montagem do modelo ilustrativo desse cristal é igual a

a) 10.
b) 12.
c) 25.
d) 42.
e) 50.

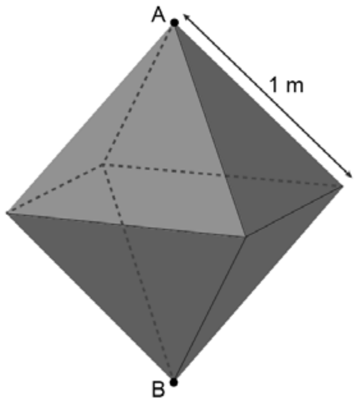
25. (FUVEST SP) Cada aresta do tetraedro regular ABCD mede 10. Por um ponto P na aresta $\overline{AC}$, passa o pano α paralelo às arestas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. Dado que AP = 3, o quadrilátero determinado pelas interseções de α com as arestas do tetraedro tem área igual a

a) 21
b) $\frac{21\sqrt{2}}{2}$
c) 30
d) $\frac{30}{2}$
e) $\frac{30\sqrt{3}}{2}$

26. (UFPR) Um prisma possui 17 faces, incluindo as faces laterais e as bases inferior e superior. Uma pirâmide cuja base é idêntica à base do prisma, possui quantas arestas?

a) 26.
b) 28.
c) 30.
d) 32.
e) 34.

27. (FM Petrópolis RJ) A Figura mostra uma peça metálica que tem a forma de um octaedro regular, cujas arestas medem 1 metro.



A medida da distância entre os vértices A e B, em metros, é

a) 1
b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
c) 2
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
e) $\sqrt{2}$

28. (FGV) Dado um tetraedro regular de aresta 6 cm, assinale os pontos que dividem cada aresta em três partes iguais. Corte o tetraedro pelos planos que passam pelos três pontos de divisão mais próximos de cada vértice e remova os pequenos tetraedros regulares que ficaram formados.
A soma dos comprimentos de todas as arestas do sólido resultante, em centímetros, é
a) 56.
b) 32.
c) 30.
d) 36.
e) 48.

29. (UERJ) Dois dados, com doze faces pentagonais cada um, têm a forma de dodecaedros regulares. Se os dodecaedros estão justapostos por uma de suas faces, que coincidem perfeitamente, formam um poliedro côncavo, conforme ilustra a figura.

Considere o número de vértices V, de faces F e de arestas A desse poliedro côncavo.
A soma V + F + A é igual a:
a) 102
b) 106
c) 110
d) 112

30. (UECE) Se a soma dos ângulos de todas as faces de uma pirâmide (incluindo a base) é 3600 graus, então, a base da pirâmide é um polígono com
a) 9 lados.
b) 10 lados.
c) 11 lados.
d) 12 lados.

31. (UNITAU SP) Para um tetraedro regular, de aresta a, considere as afirmativas abaixo.

I. A altura é $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ (unidades de comprimento).

II. A área da superfície total é $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ (unidades de área).

III. O volume é $\frac{3a^2\sqrt{18}}{36}$ (unidades de volume).

Dentre as afirmativas acima, apenas
a) I e II são corretas.
b) II e III são incorretas.
c) I e III são incorretas.
d) I e II são incorretas.
e) I e III são corretas.

32. (UECE) Um poliedro convexo com 32 vértices possui apenas faces triangulares. O número de arestas deste poliedro é
a) 100.
b) 120.
c) 90.
d) 80.

33. (ENEM) Um lapidador recebeu de um joalheiro a encomenda para trabalhar em uma pedra preciosa cujo formato é o de uma pirâmide, conforme ilustra a Figura 1. Para tanto, o lapidador fará quatro cortes de formatos iguais nos cantos da base. Os cantos retirados correspondem a pequenas pirâmides, nos vértices P, Q, R e S, ao longo dos segmentos tracejados, ilustrados na Figura 2.

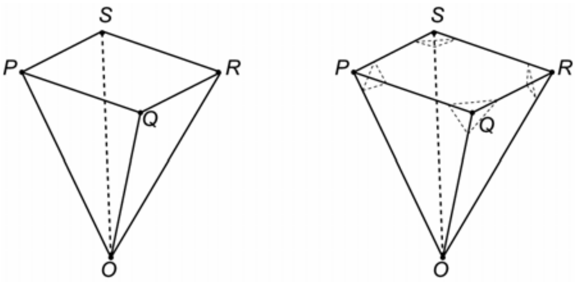
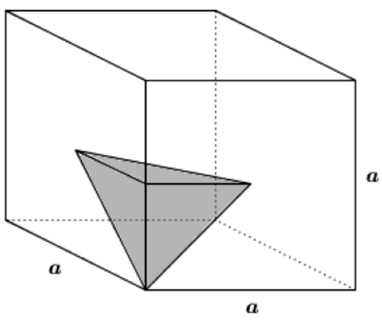


Figura 1 Figura 2

Depois de efetuados os cortes, o lapidador obteve, a partir da pedra maior, uma joia poliédrica cujos números de faces, arestas e vértices são, respectivamente, iguais a
a) 9, 20 e 13.
b) 9, 24 e 13.
c) 7, 15 e 12.
d) 10, 16 e 5.
e) 11, 16 e 5.

34. (UniRV GO) Assinale V (verdadeiro) ou F (falso) para as alternativas.
a) Um poliedro que tem 8 faces triangulares pode ser um poliedro de Platão.
b) Um poliedro regular pode ter 10 vértices.
c) As faces de um poliedro regular ou são triângulos equiláteros, ou quadrados ou pentágonos regulares.
d) Existem somente 3 tipos de poliedros regulares que têm faces triangulares.

35. (UCB DF) Um cubo de aresta *a* tem um sólido interno construído ligando-se dois pontos centrais de faces consecutivas com pontos médios da aresta comum a essas faces e o vértice inferior dessa aresta comum, como mostra a figura.



Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

(   ) O sólido em questão é um tetraedro.

(   ) O segmento que liga os dois pontos centrais das faces mede $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

(   ) O volume do cubo é 48 vezes o volume do sólido.

36. (ENEM) Os sólidos de Platão são poliedros convexos cujas faces são todas congruentes a um único polígono regular, todos os vértices têm o mesmo número de arestas incidentes e cada aresta é compartilhada por apenas duas faces. Eles são importantes, por exemplo, na classificação das formas dos cristais minerais e no desenvolvimento de diversos objetos. Como todo poliedro convexo, os sólidos de Platão respeitam a relação de Euler V – A + F = 2, em que V, A e F são os números de vértices, arestas e faces do poliedro, respectivamente.

Em um cristal, cuja forma é a de um poliedro de Platão de faces triangulares, qual é a relação entre o número de vértices e o número de faces?

a) 2V – 4F = 4
b) 2V – 2F = 4
c) 2V – F = 4
d) 2V + F = 4
e) 2V + 5F = 4

37. (UNIPÊ PB) Admita-se uma representação concreta do Carbono, em forma de um tetraedro regular reto, que se deseja forrar externamente com placas metálicas do tipo T_1, na base, e do tipo T_2, nas faces laterais.

Sabendo-se que sua aresta mede 20cm e que os preços das placas são R$5,00 e R$30,00, respectivamente, por cm^2, pode-se estimar que o custo total desse revestimento será de, aproximadamente,

01) R$16000,00
02) R$18000,00
03) R$20000,00
04) R$22000,00
05) R$24000,00

38. (UEL PR) Leia o texto a seguir.

Originalmente os dados eram feitos de osso, marfim ou argila. Há evidências da existência deles no Paquistão, Afeganistão e noroeste da Índia, datando de 3500 a.C. Os dados cúbicos de argila continham de 1 a 6 pontos, dispostos de tal maneira que a soma dos pontos de cada par de faces opostas é sete.

(Adaptado de: *Museu Arqueológico do Red Fort*. Delhi, India.)

Atualmente, além dos dados em forma de cubo (hexaedro), encontram-se dados em vários formatos, inclusive esféricos, como mostram as figuras a seguir.

Apesar do formato esférico, ao ser lançado, o dado mostra pontos de um a seis, como se fosse um dado cúbico. Isso acontece porque no interior da esfera existe uma cavidade em forma de octaedro, na qual existe um peso (um chumbinho) que se aloja em um dos vértices do octaedro.

Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a propriedade dos poliedros regulares que justifica o fato de a cavidade no interior da esfera ser octaédrica.

a) O número de vértices do octaedro é igual ao número de faces do hexaedro.
b) O número de vértices do octaedro é diferente do número de faces do hexaedro.
c) O número de arestas do octaedro é igual ao número de arestas do hexaedro.
d) O número de faces do octaedro é igual ao número de vértices do hexaedro.
e) O número de faces do octaedro é diferente do número de vértices do hexaedro.

39. (UFAM) A área da superfície de um poliedro de Platão com 12 vértices e 30 arestas, cada uma medindo 1cm de comprimento é igual a:

a) $2\sqrt{3}\text{cm}^2$
b) $5\sqrt{3}\text{cm}^2$
c) $6\sqrt{3}\text{cm}^2$
d) $10\sqrt{3}\text{cm}^2$
e) $20\sqrt{3}\text{cm}^2$

40. (UNIFOR CE) Uma bola de futebol é um poliedro convexo formado por 20 faces hexagonais e 12 pentagonais, todas com lados congruentes entre si. Um torcedor fanático de um dos clubes cearenses de futebol encomendou a um artesão uma bola de futebol costurada a mão que contenha o símbolo de seu time costurado em cada vértice da bola. Para costurar essas faces lado a lado, formando a superfície do poliedro convexo, o artesão gasta 15 cm de linha em cada aresta do poliedro, e para costurar o símbolo do time num vértice, ele gastará 60 cm de linha. Quantos metros de linha são necessários para que o artesão conclua a encomenda?

a) 48,3
b) 49,5
c) 53,4
d) 56,8
e) 59.2