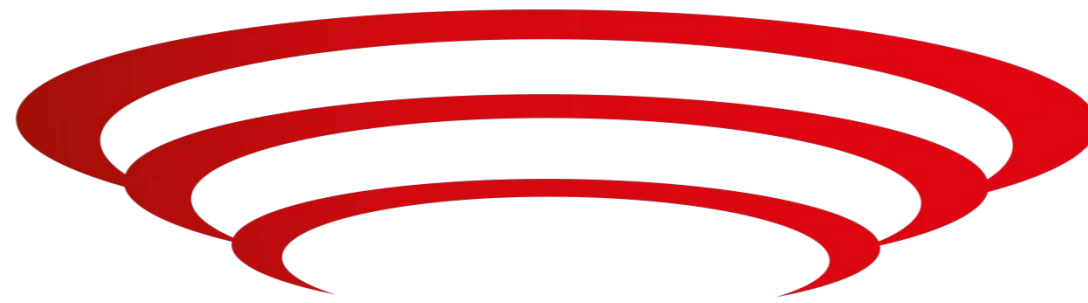




AULA DE VÉSPERA VESTIBULAR 2019

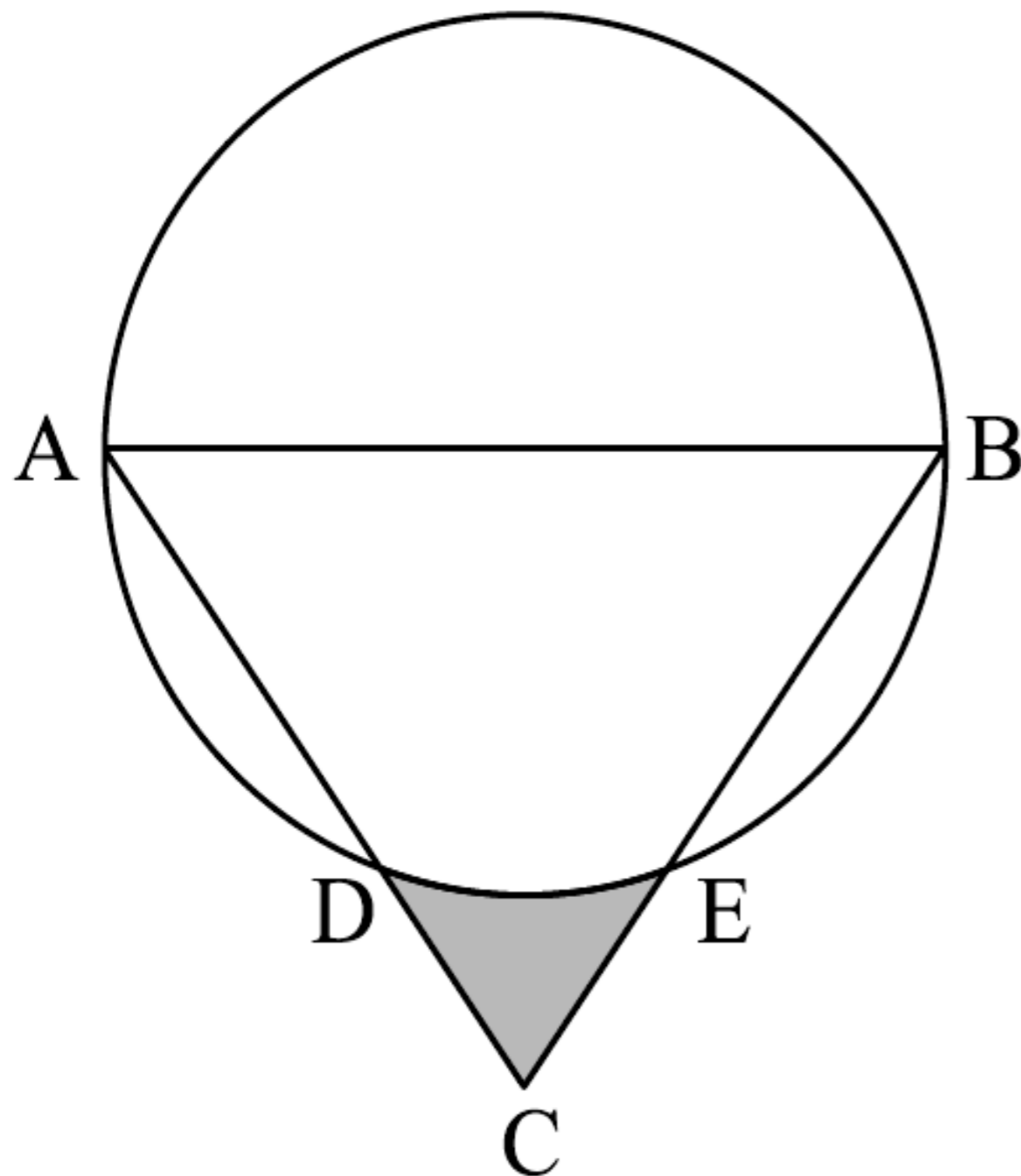
MATEMÁTICA



olimpo

Prof. Luiz Henrique

01) A figura indica uma circunferência de diâmetro $AB = 8$ cm, um triângulo equilátero ABC , e os pontos D e E pertencentes à circunferência, com D em AC e E em BC .



a) 64

b) 8

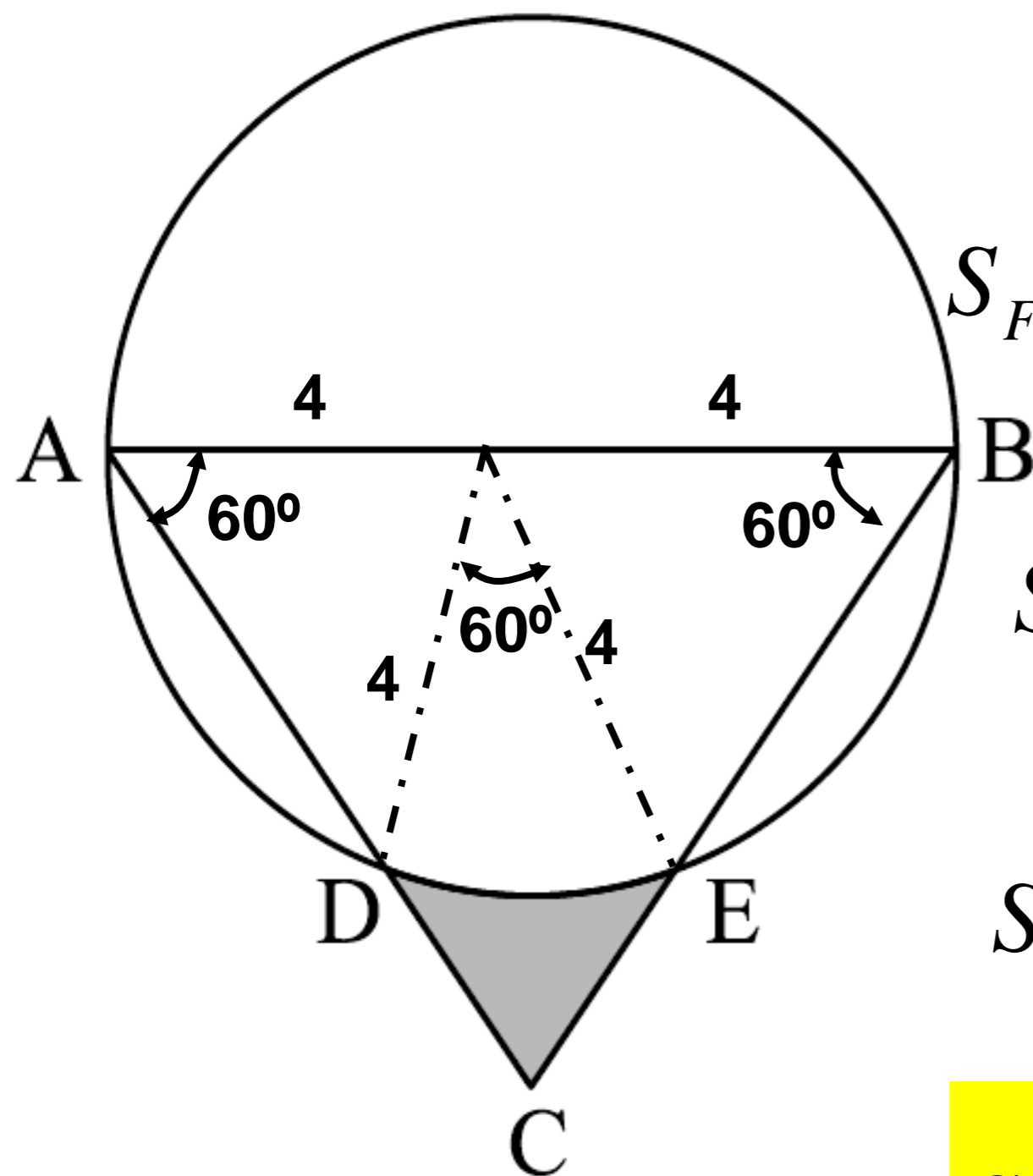
c) $8\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$

d) $4\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$

Em cm^2 , a área da região hachurada, na figura, é igual a:

01)

UFU-1F



$$S_{FIG.} = S_1 - 2S_2 - S_{SETOR}$$

$$S_{FIG.} = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} - 2 \cdot \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} - \frac{60^\circ \pi 4^2}{360^\circ}$$

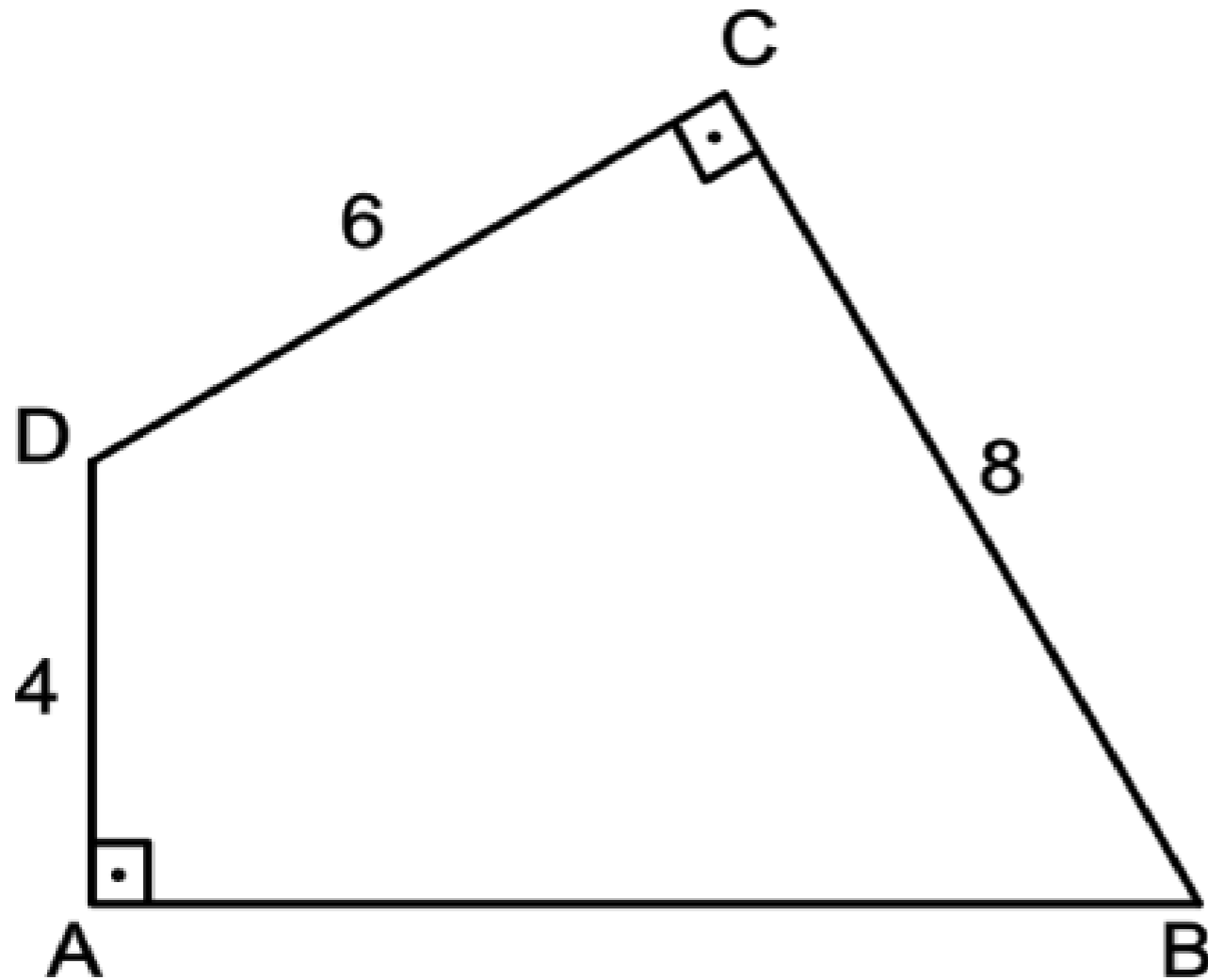
$$S_{FIG.} = 16\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - \frac{16\pi}{6}$$

$$S_{FIG.} = 8\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3}$$

C

$$S_{FIG.} = 8\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}^2$$

02) Qual a medida da área do quadrilátero ABCD, ilustrado a seguir.



a) $4\sqrt{21} + 24$

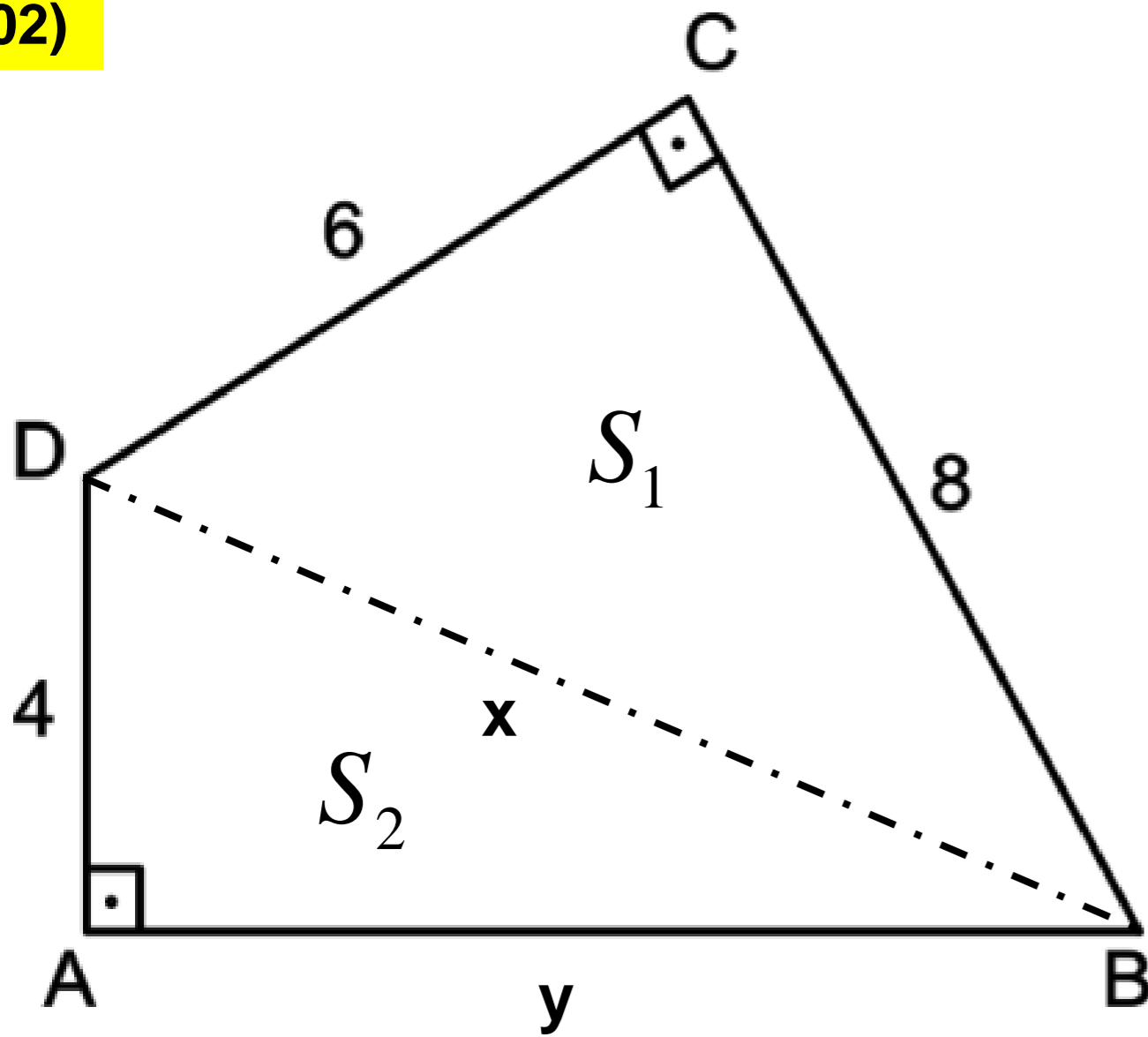
b) 40

c) 42

d) 44

02)

UFU-1F



$$x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x = 10$$

$$10^2 = 4^2 + y^2$$

$$y^2 = 100 - 16 = 84$$

$$y = \sqrt{84} = \sqrt{4 \cdot 21}$$

$$y = 2\sqrt{21}$$

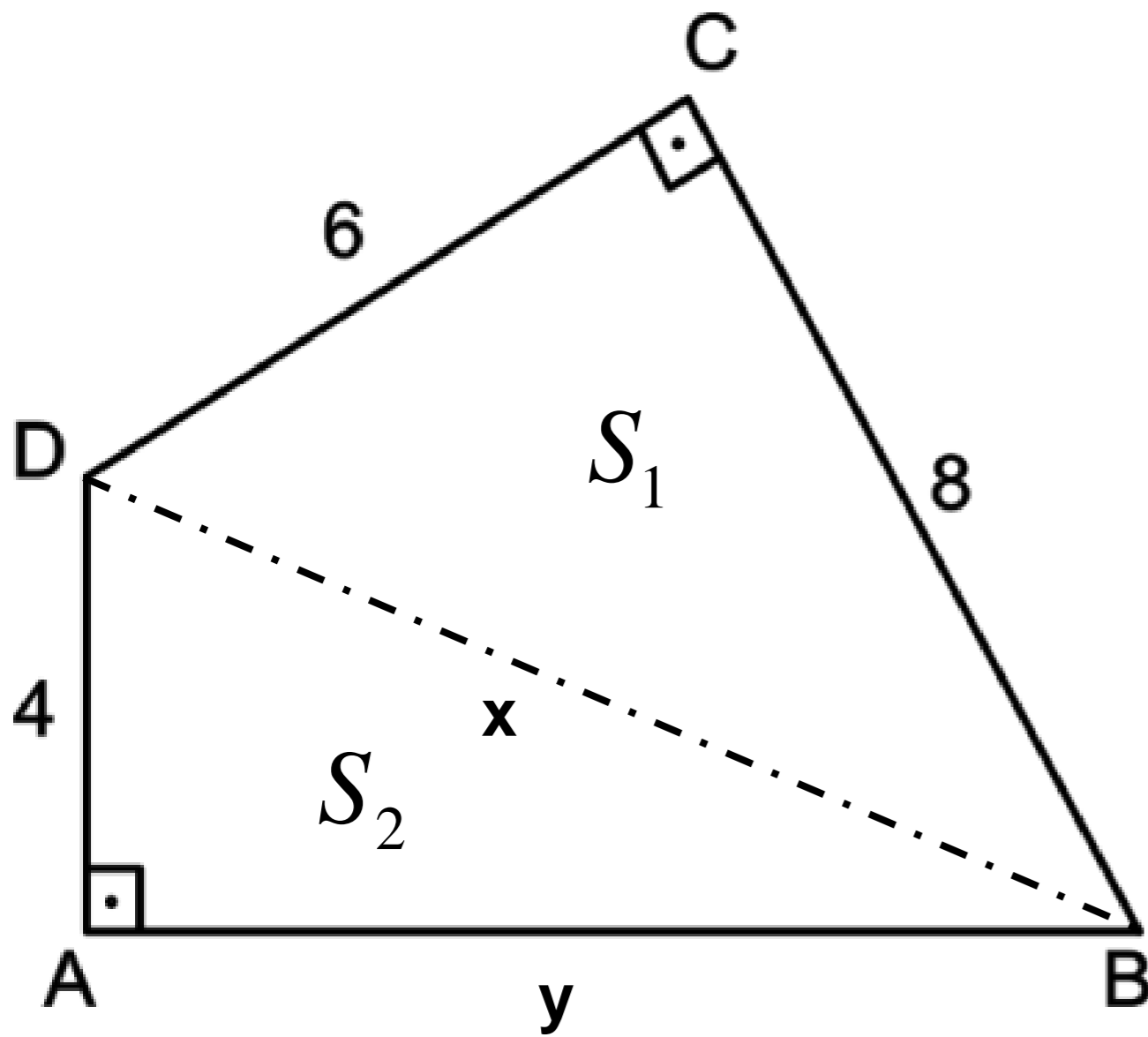
$$S_{FIG.} = S_1 + S_2$$

$$\bullet S_1 = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

$$S_1 = 24$$

$$\bullet S_2 = \frac{2\sqrt{21} \cdot 4}{2}$$

$$S_2 = 4\sqrt{21}$$



$$S_{FIG.} = S_1 + S_2$$

$$S_1 = 24$$

$$S_2 = 4\sqrt{21}$$

$$S_{FIG.} = 24 + 4\sqrt{21}$$

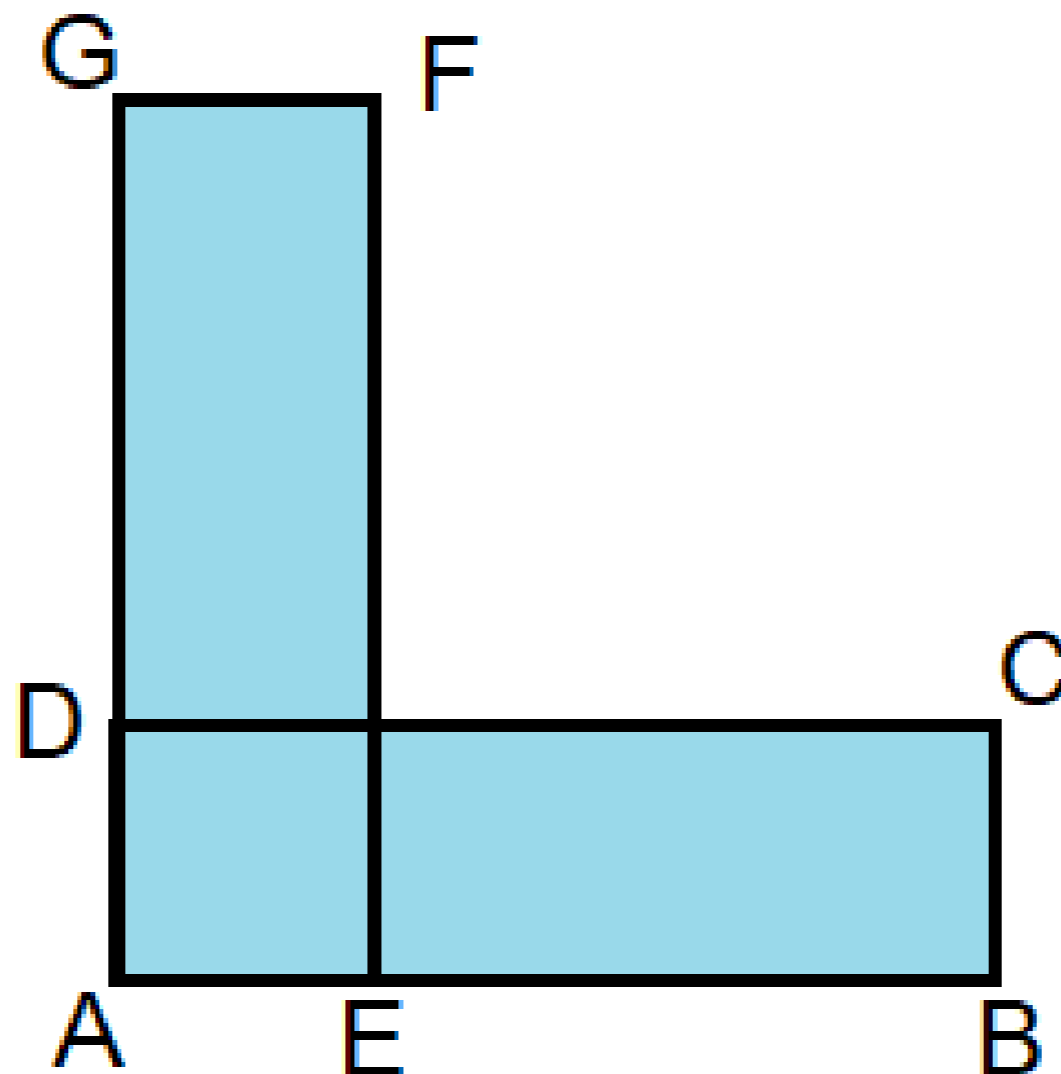
$$S_{FIG.} = 4(6 + \sqrt{21})u.a$$

A

03)

A figura é formada pela sobreposição de dois retângulos, ABCD e AEFG, congruentes e de perímetro 18 cm. O maior valor que a área sombreada pode ter é:

- a) 18cm^2
- b) 30cm^2
- c) 24cm^2
- d) 27cm^2



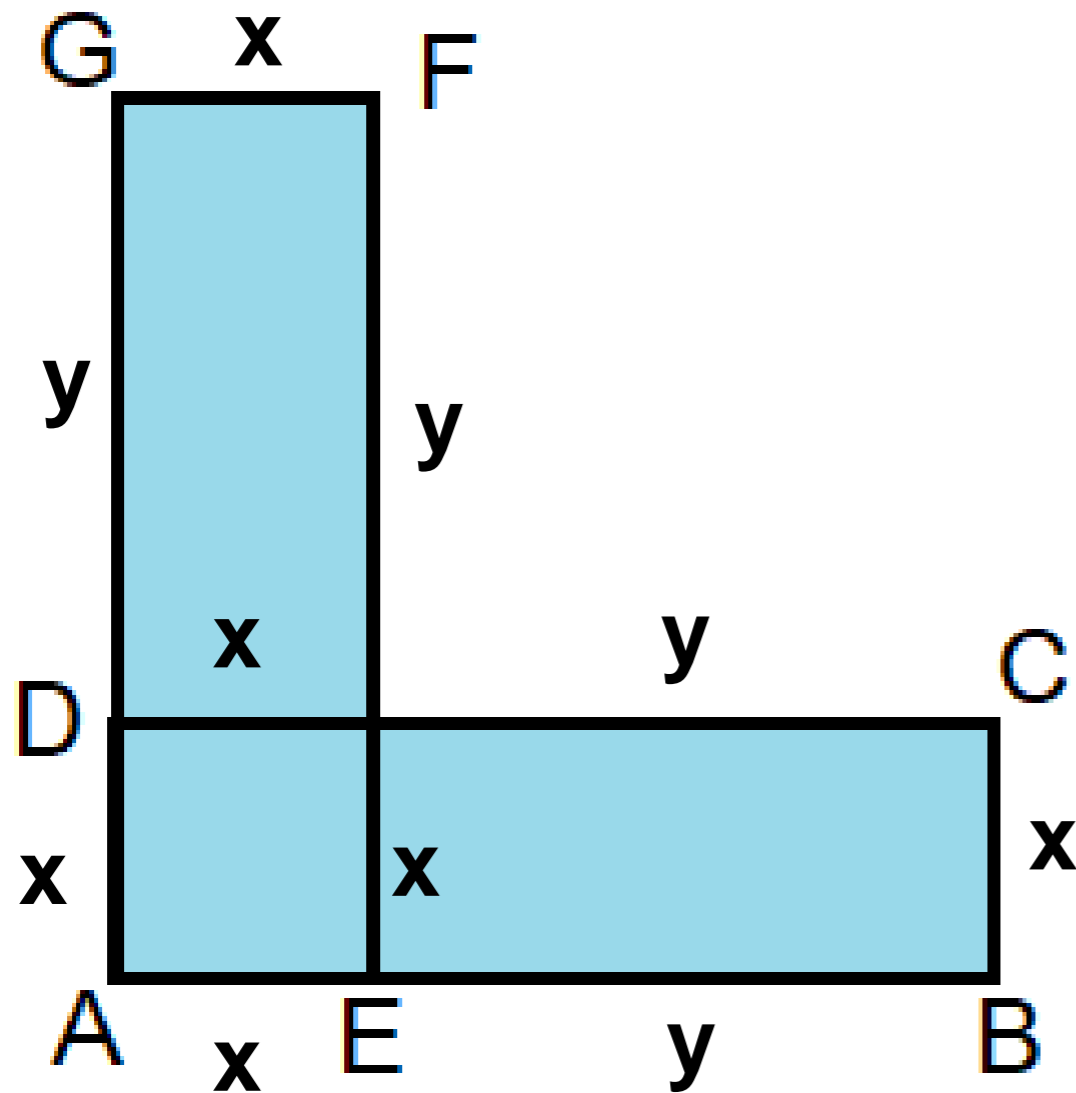
03)

UFU-1F

$$2(y + x) + 2x = 18$$

$$y + x + x = 9$$

$$y = 9 - 2x$$



$$S_{FIG.} = S_1 + 2S_2$$

$$S_{FIG.} = x^2 + 2x \cdot y$$

$$S_{FIG.} = x^2 + 2x \cdot (9 - 2x)$$

$$S_{FIG.} = x^2 + 18x - 4x^2$$

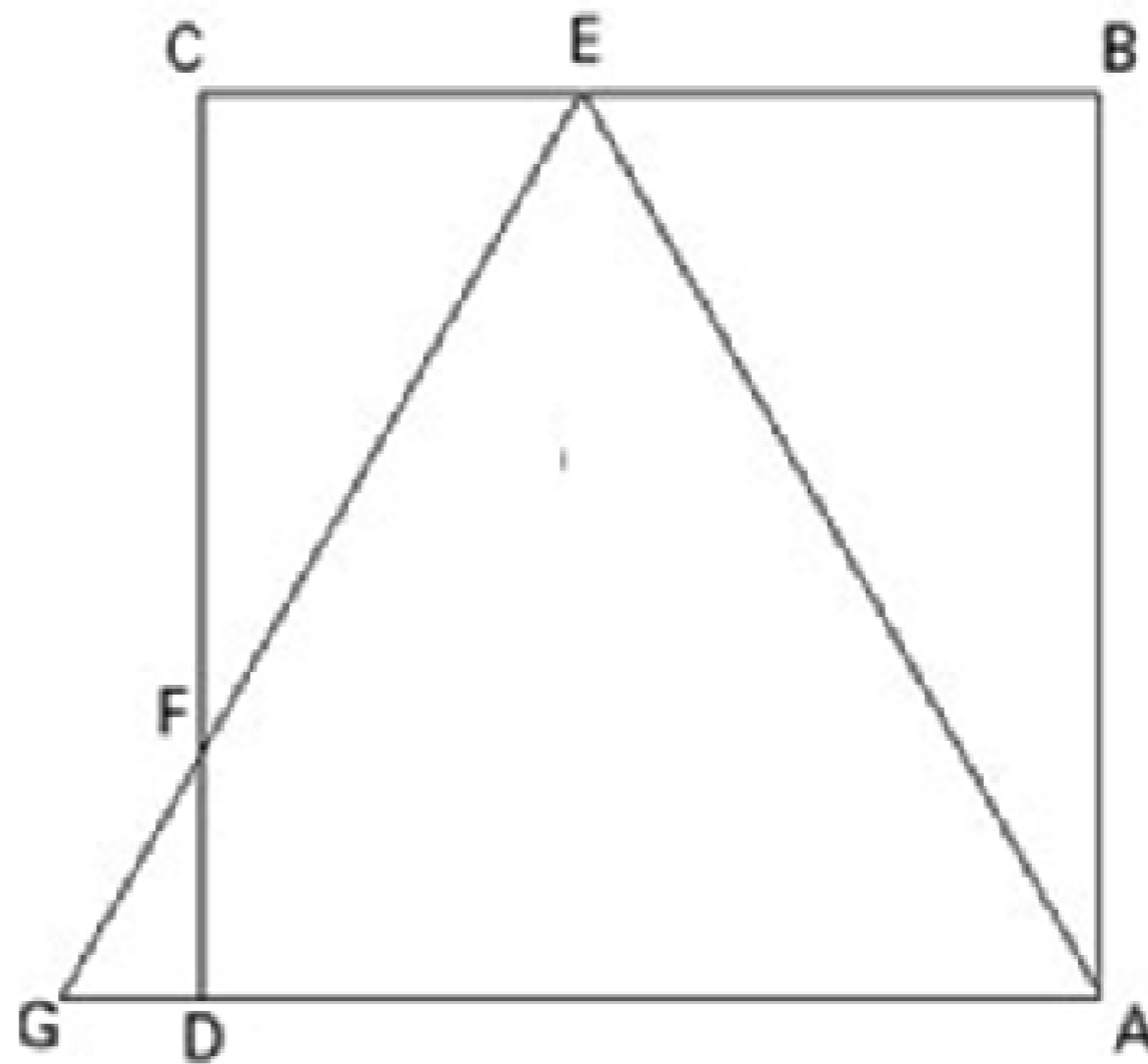
$$S_{FIG.} = -3x^2 + 18x$$

D

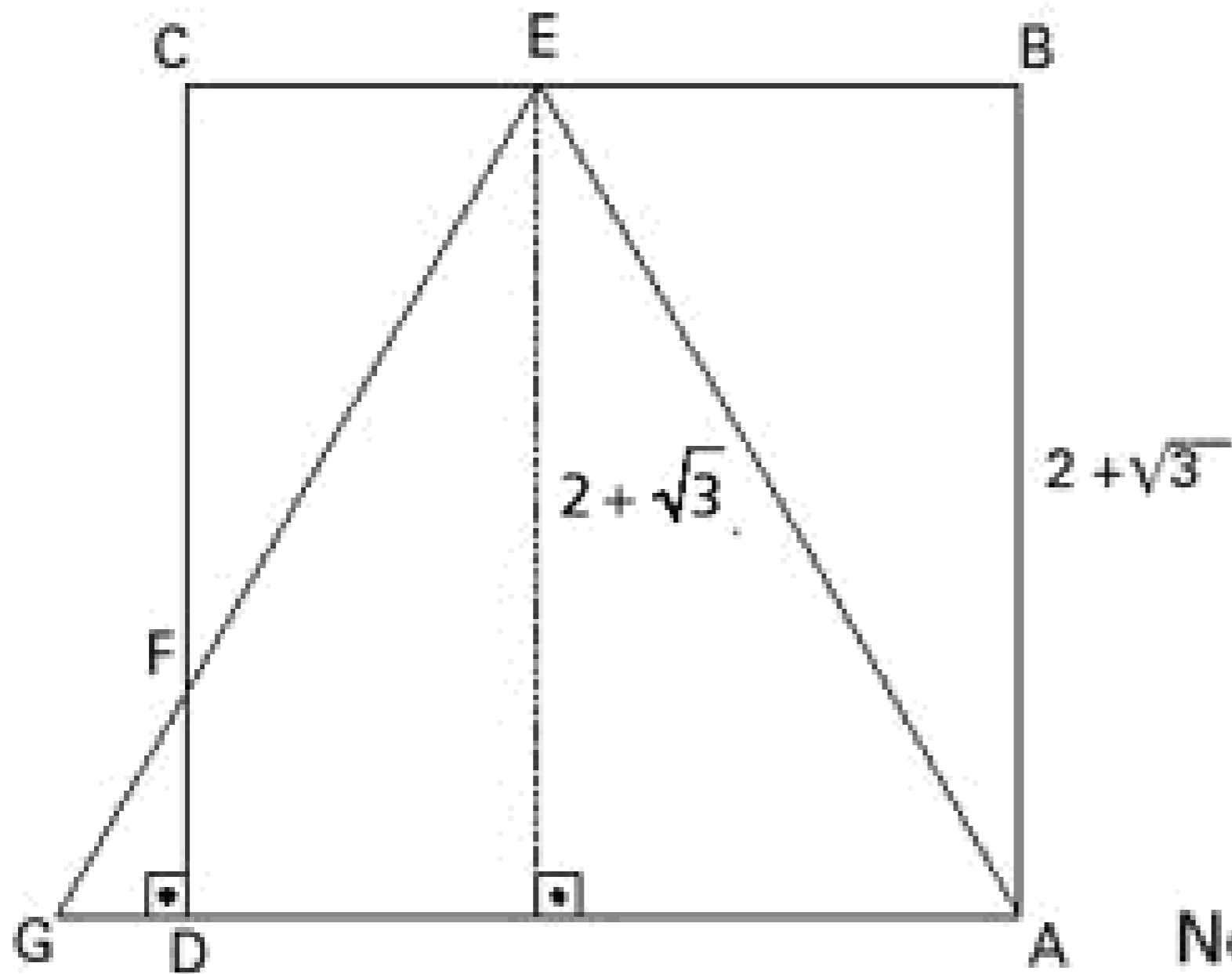
$$S_{MAX} \Rightarrow x_v = \frac{-18}{2(-3)} = 3 \quad \therefore S_{MAX} = -3 \cdot 3^2 + 18 \cdot 3 = \boxed{27 \text{ cm}^2}$$

04) Na figura abaixo, $ABCD$ é um quadrado cujo lado mede $2 + \sqrt{3}$. O triângulo AEG é equilátero. A medida do segmento DF é igual a:

- a) $1 + \sqrt{3}$
- b) 2
- c) $\sqrt{3}$
- d) 1



Do enunciado, temos a figura:



No triângulo FGD , temos:

$$GD = AG - AD$$

$$\therefore GD = \frac{4\sqrt{3} + 6}{3} - (2 + \sqrt{3})$$

$$GD = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Como $\widehat{FGD} = 60^\circ$, temos:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{DF}{GD} \quad \therefore \sqrt{3} = \frac{DF}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$\therefore DF = 1$$

D

05) A região do primeiro quadrante do plano cartesiano, determinada pela inequação $x^2 + y^2 + 2xy + 3 \leq 4x + 4y$ tem área igual a:

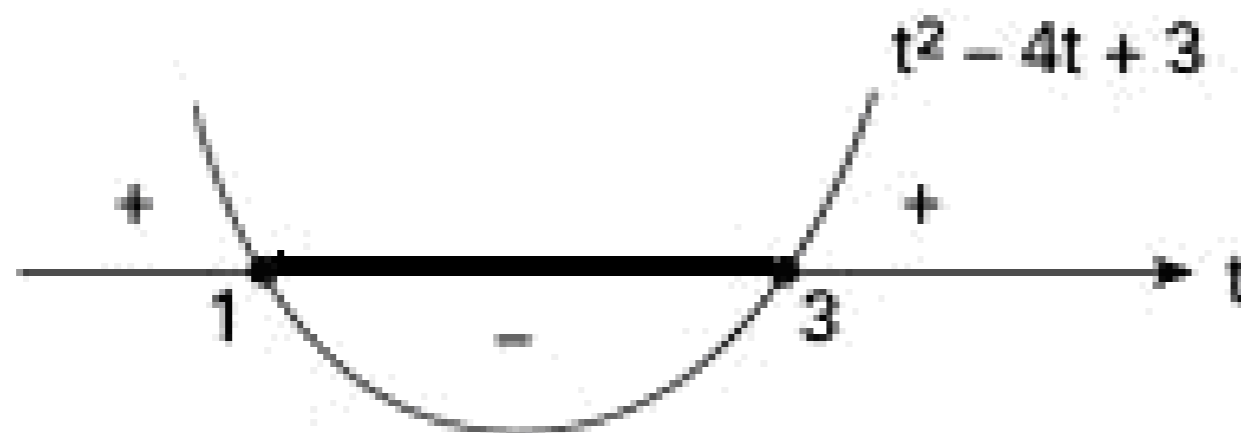
- a) 3.
- b) 5.
- c) 6.
- d) 4.

$$x^2 + y^2 + 2xy + 3 \leq 4x + 4y$$

$$(x + y)^2 + 3 \leq 4(x + y)$$

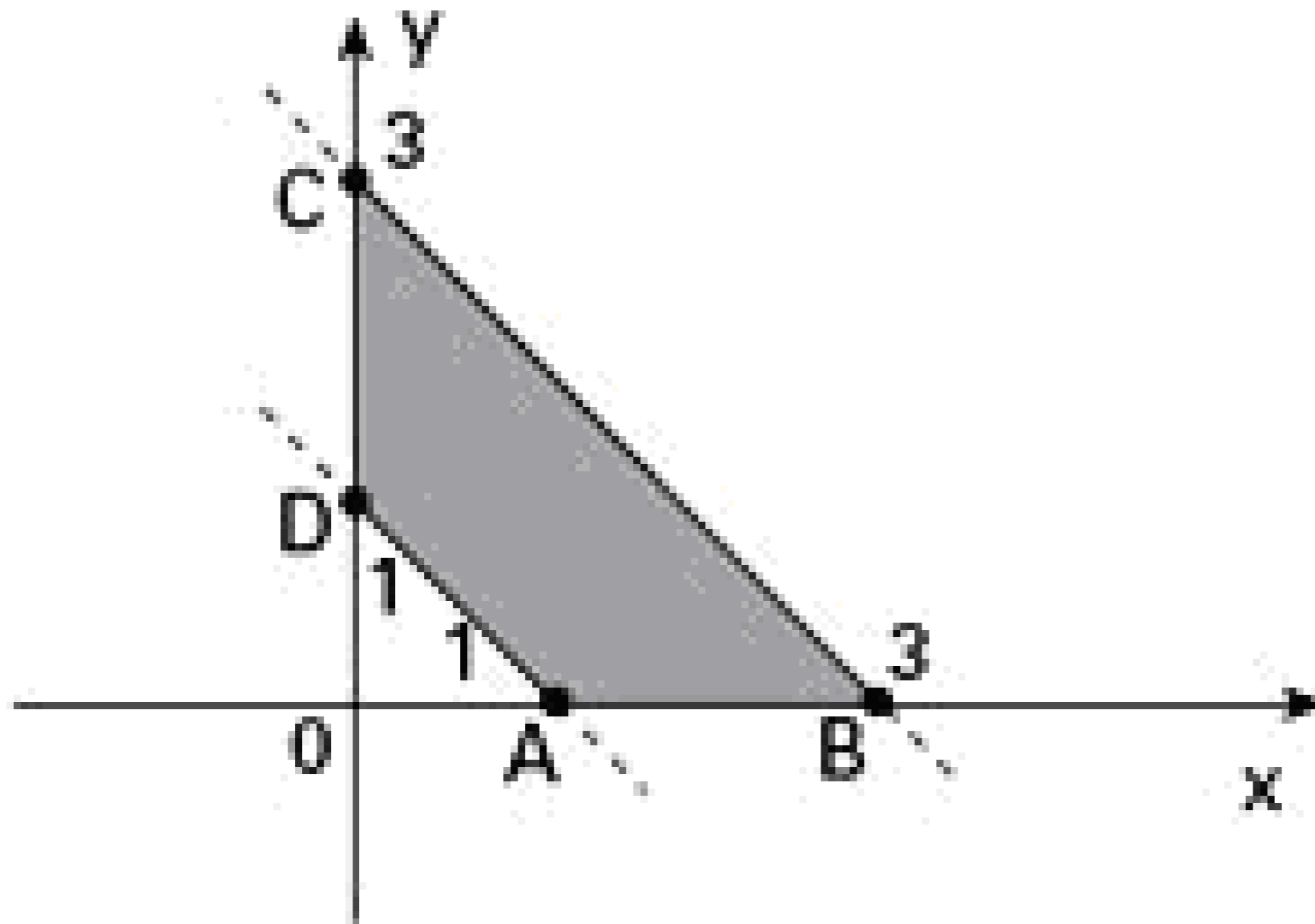
Fazendo $t = x + y$, temos:

$$t^2 + 3 \leq 4t \quad \therefore \quad t^2 - 4t + 3 \leq 0$$



$$\text{Então, } t^2 - 4t + 3 \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 \leq t \leq 3$$

Assim, $1 \leq x + y \leq 3$, ou seja, $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$

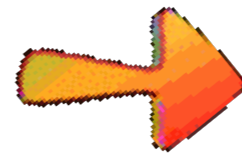
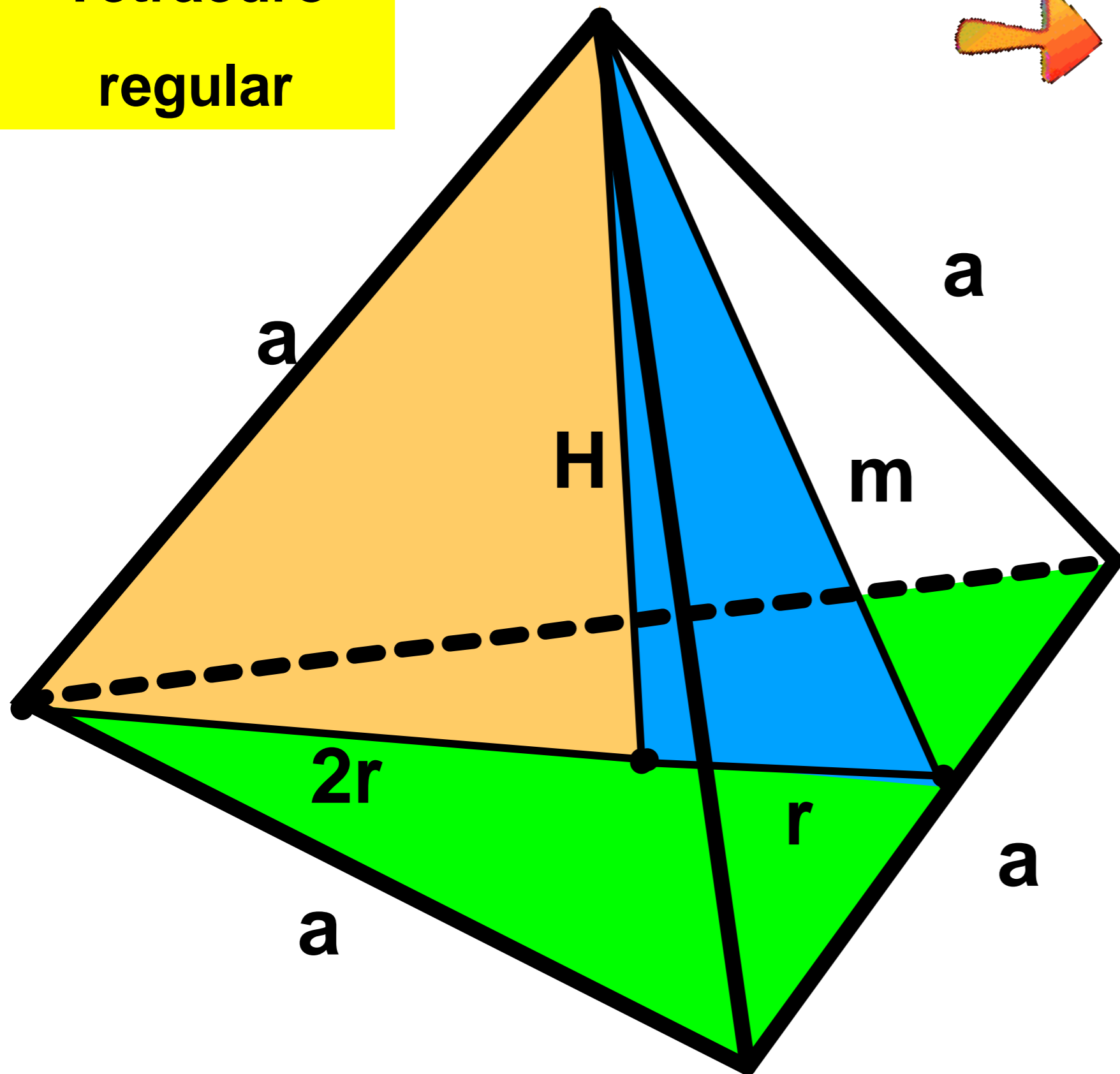


$$S = \frac{3 \cdot 3}{2} - \frac{1 \cdot 1}{2}$$

$$\therefore S = 4 \text{ ua}$$

D

**Tetraedro
regular**

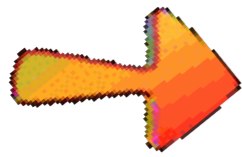


$$\bullet V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$



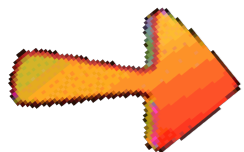
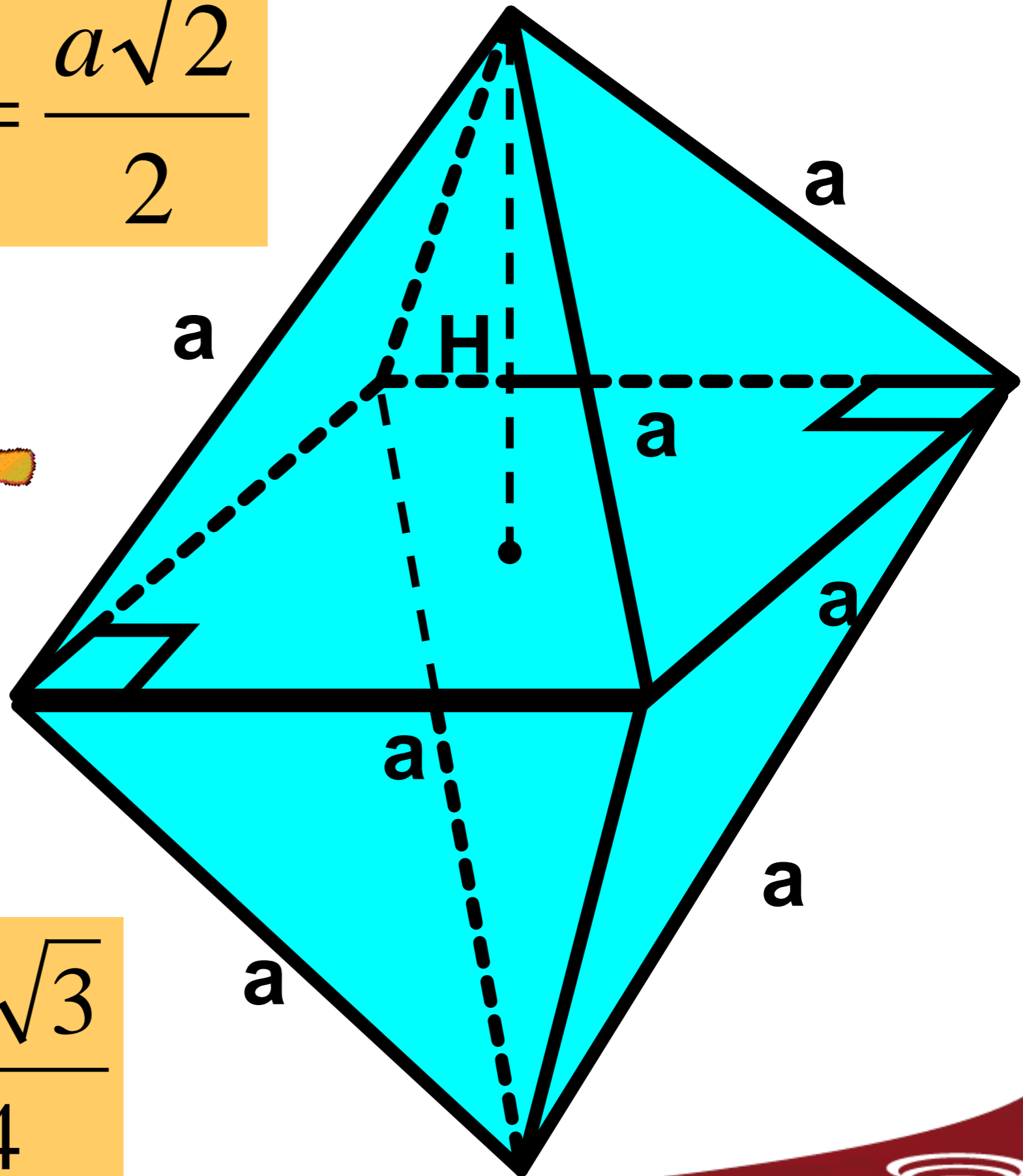
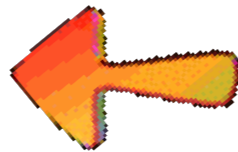
$$\bullet S_T = 4 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Octaedro
regular



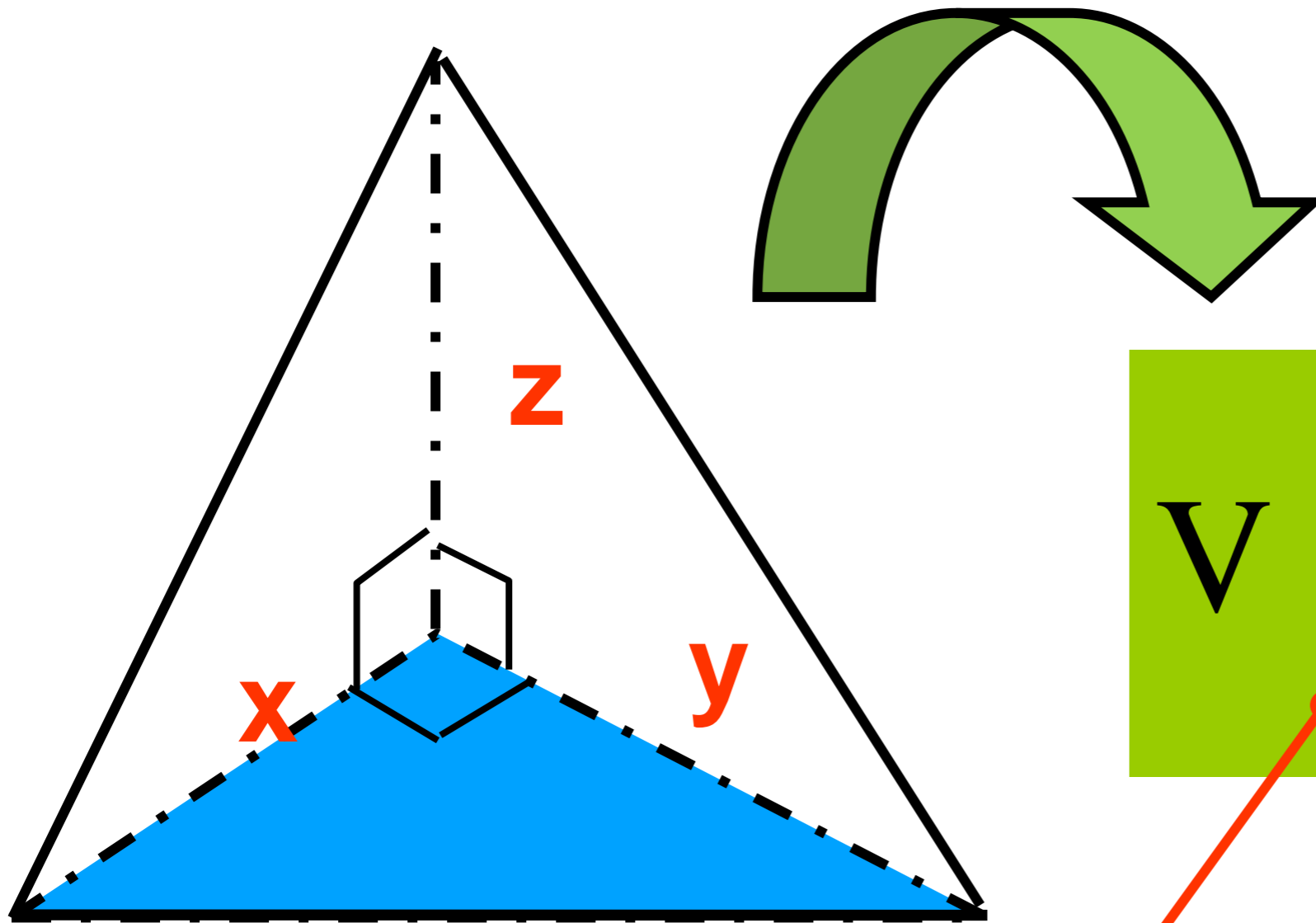
$$H = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$$



$$\bullet S_T = 8 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Tetraedro tri-retangular

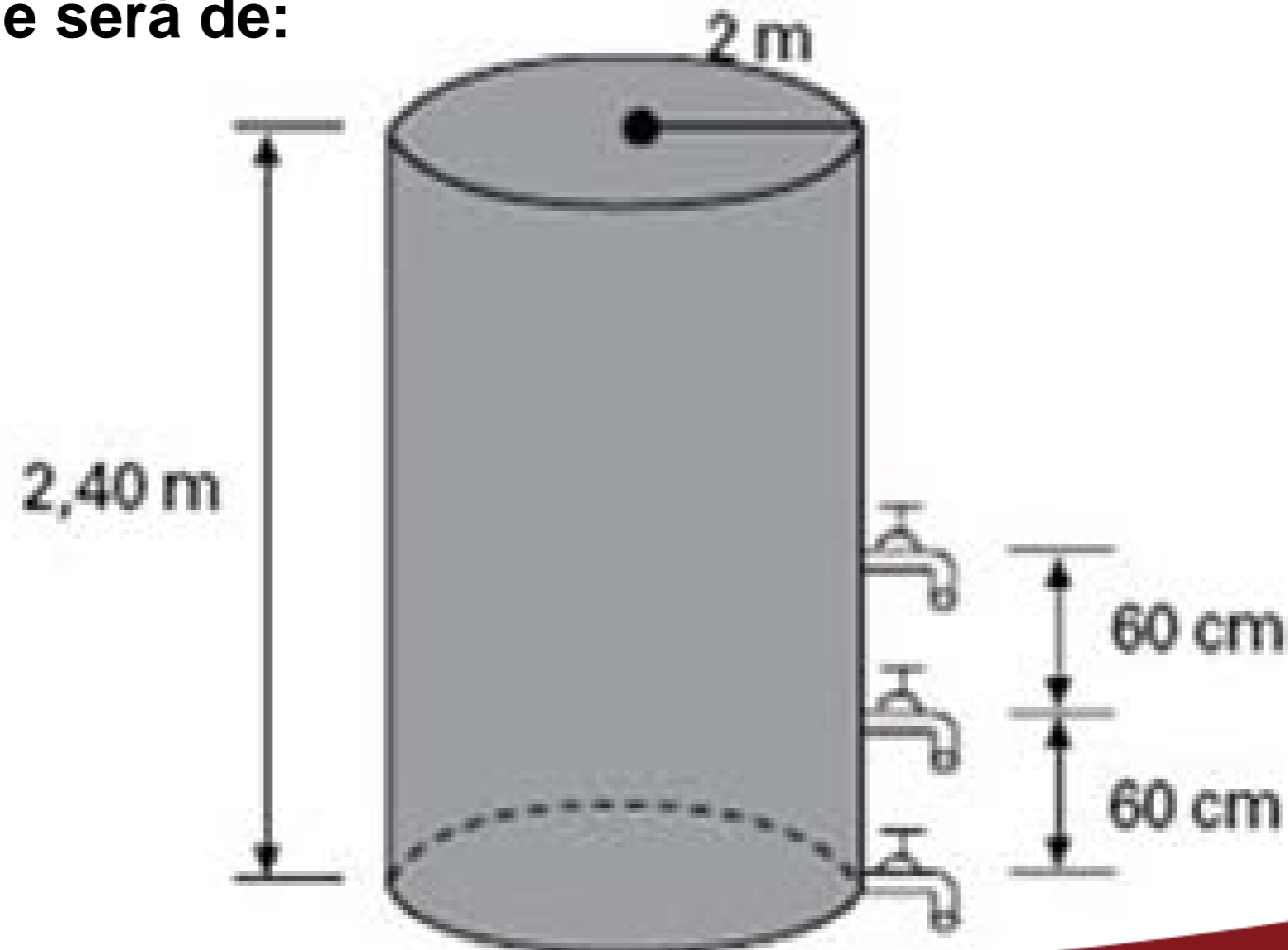


$$V = \frac{x \cdot y \cdot z}{6}$$

$$V = \frac{1}{3} S_B \cdot H = \frac{1}{3} \left(\frac{x \cdot y}{2} \right) \cdot z = \frac{x \cdot y \cdot z}{6}$$

06) Um tanque com a forma de um cilindro circular reto tem 2,40m de altura e raio da base igual a 2m, estando com a base apoiada num plano horizontal. Ao longo de uma geratriz (vertical), de baixo para cima, esse tanque possui 3 torneira iguais, espaçadas de 60cm, como mostra a figura abaixo. Cada torneira possui uma vazão média de 20π litros por minuto.

Estando completamente cheio de água e abrindo-se as 3 torneiras, no mesmo instante, o tempo necessário para o esgotamento completo do tanque será de:



- a) 2h40min.
- b) 3h20min.
- c) 3h20min.
- d) 4h20min.

• *No 1º trecho, teremos*

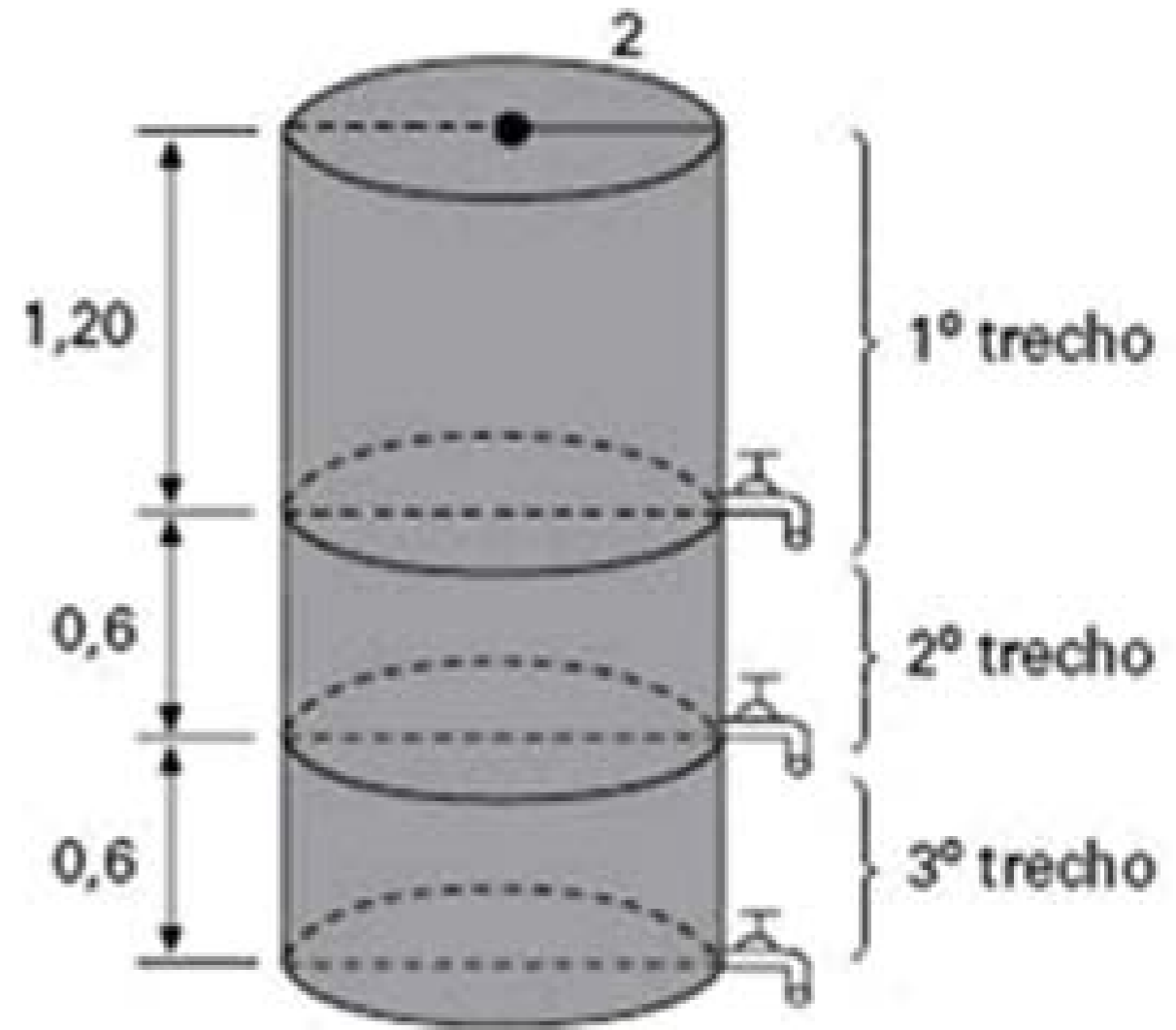
3 torneiras abertas:

$$V_1 = \pi \cdot 2^2 \cdot 1,2 = 4,8 m^3$$

$$V_1 = 4800\pi L$$

$$V_{A(1)} = 3 \cdot 20\pi = 60\pi L / \text{min}$$

$$t_1 = \frac{4800\pi L}{60\pi L / \text{min}} = 80 \text{ min}$$



• *No 2º trecho, teremos 2 torneiras abertas:*

$$V_2 = \pi \cdot 2^2 \cdot 0,6 = 2,4\pi m^3 = 2400\pi L$$

$$V_{A(2)} = 2 \cdot 20\pi = 40\pi L / \text{min}$$

$$t_2 = \frac{2400\pi L}{40\pi L / \text{min}} = 60 \text{ min}$$

- *No 3º trecho, teremos 1 torneira aberta:*

$$V_3 = \pi \cdot 2^2 \cdot 0,6 = 2,4\pi \text{ m}^3$$

$$V_3 = 2400\pi \text{ L}$$

$$V_{A(3)} = 20\pi \text{ L / min}$$

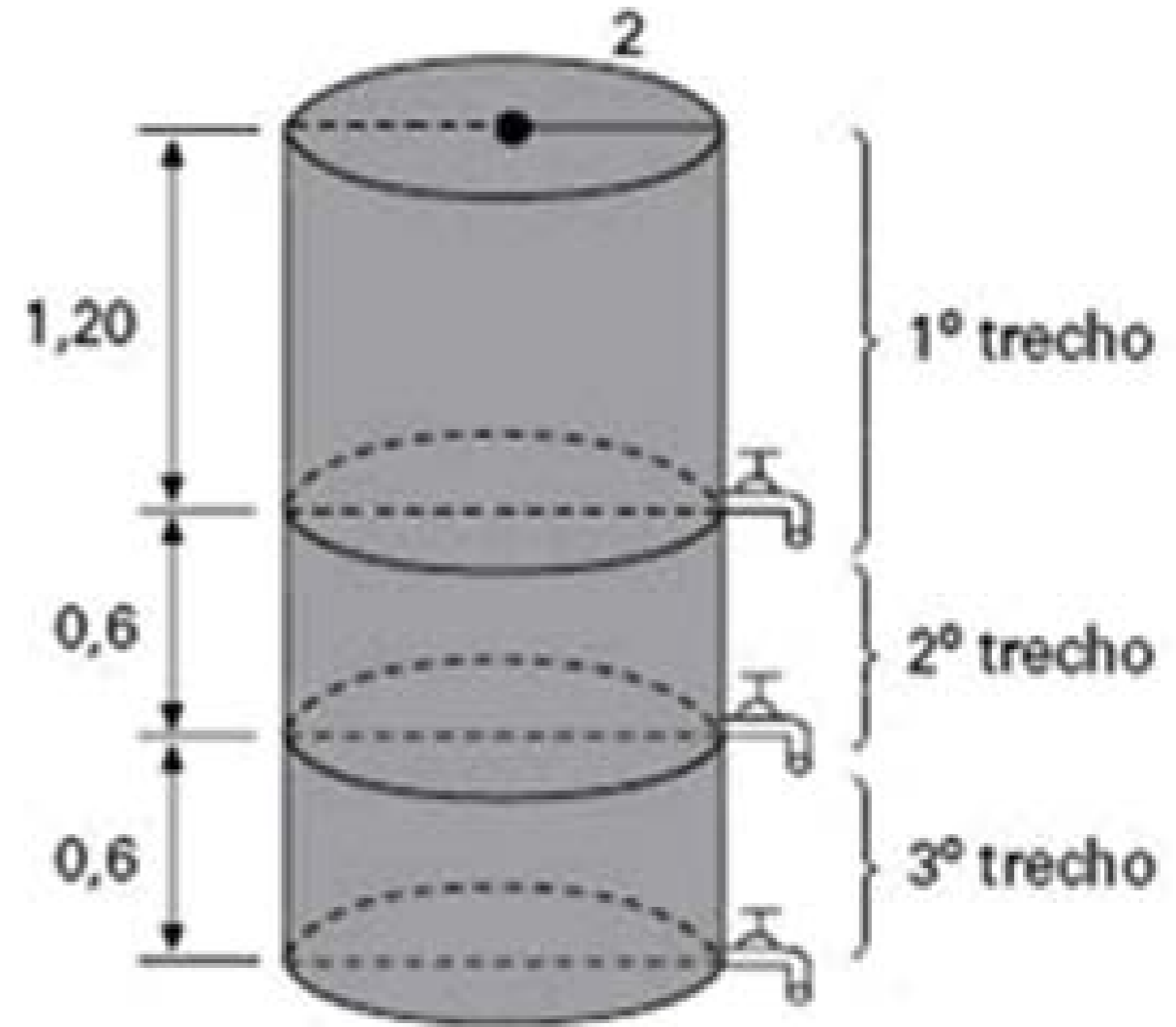
$$t_3 = \frac{2400\pi \text{ L}}{20\pi \text{ L / min}} = 120 \text{ min}$$

- *O tempo total (T), será:*

$$T = t_1 + t_2 + t_3$$

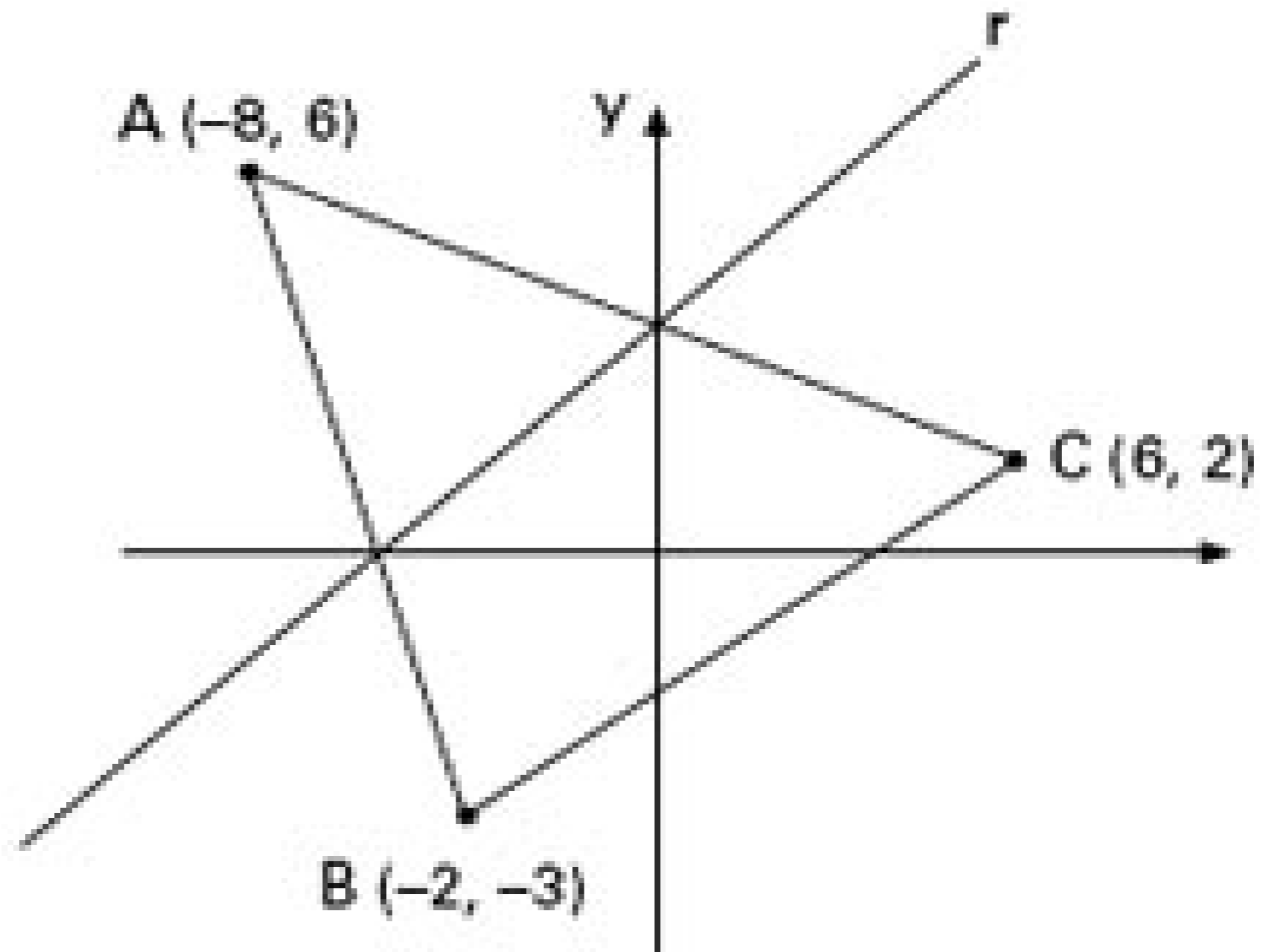
$$T = 80 + 60 + 120$$

$$T = 260 \text{ min} \Rightarrow T = 4\text{h}20 \text{ min}$$

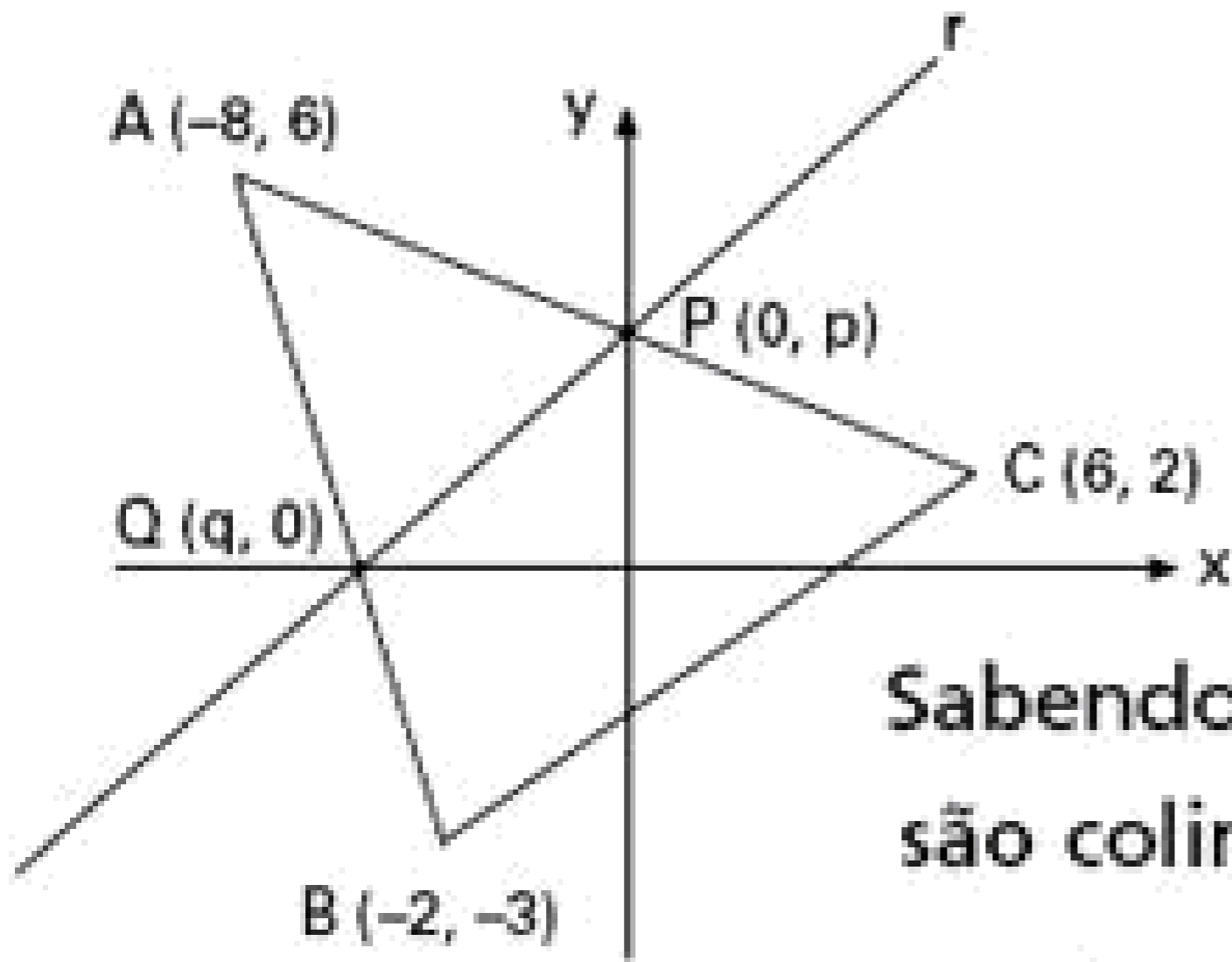


D

07) A equação da reta r do plano cartesiano abaixo é:



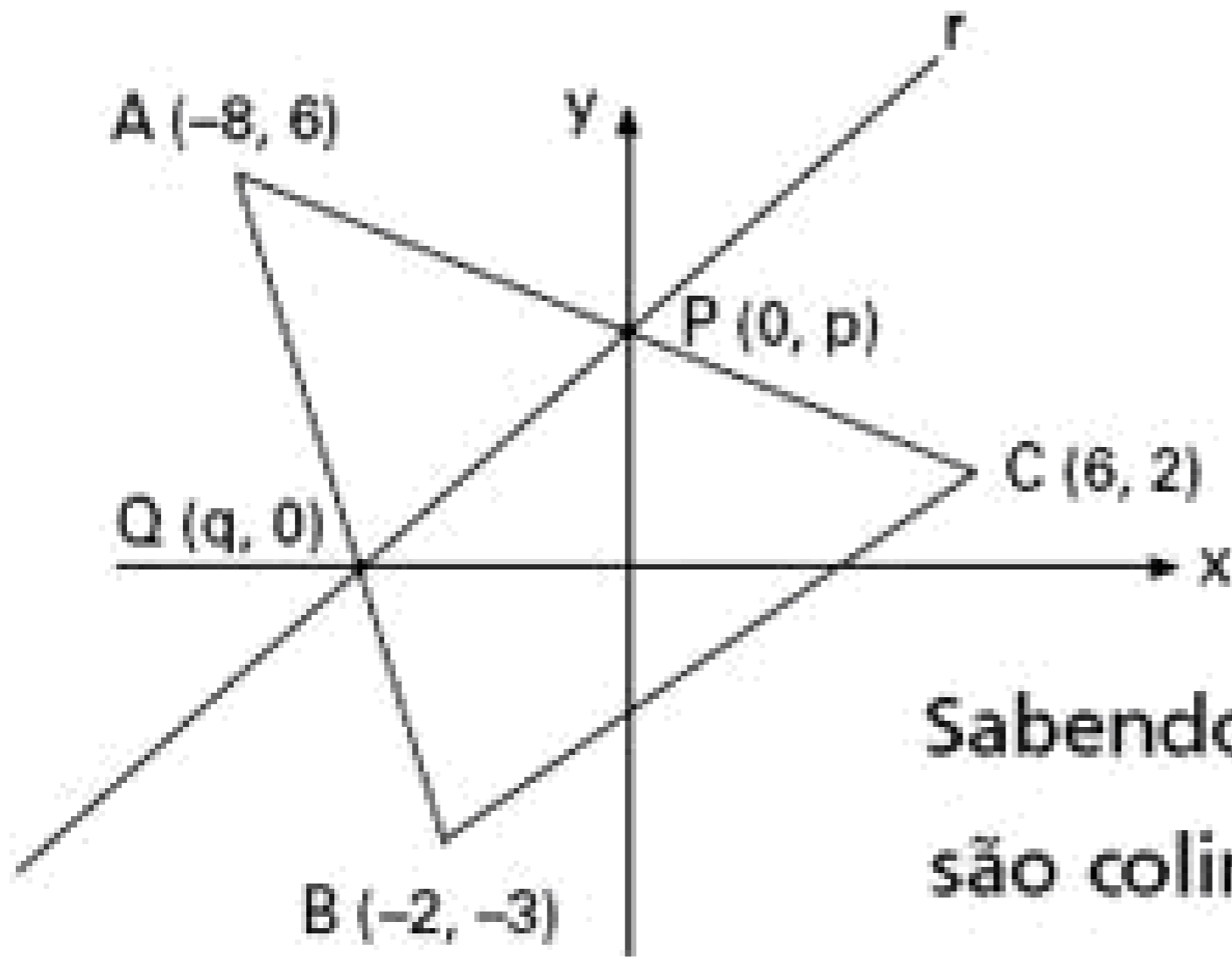
- a) $13x - 14y + 52$
- b) $12x - 13y + 48$
- c) $7x - 8y + 28 = 0$
- d) $9x - 11y + 36 = 0$



Sabendo que os pontos A, P e C são colineares, temos:

$$\frac{p - 2}{0 - 6} = \frac{6 - 2}{-8 - 6}$$

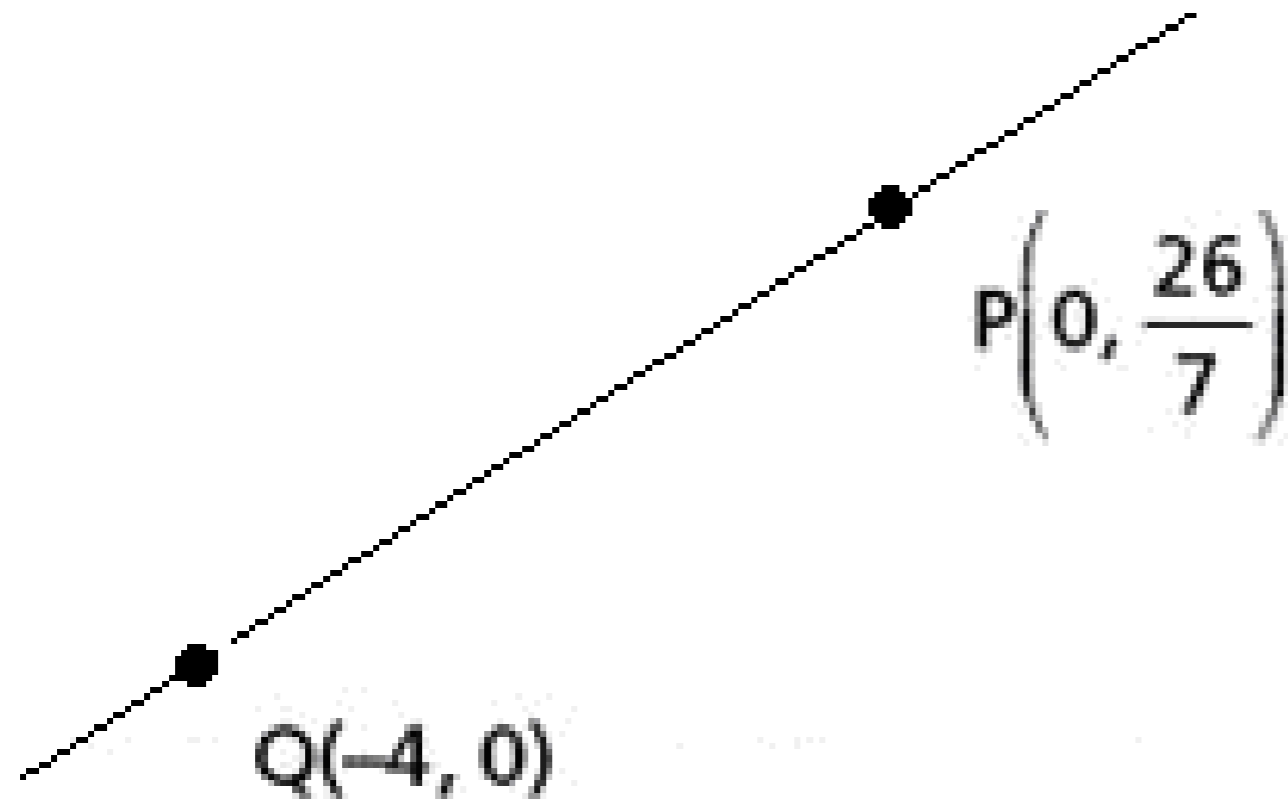
$$p = \frac{26}{7} \quad \therefore P\left(0, \frac{26}{7}\right)$$



Sabendo que os pontos A , Q e B são colineares, temos:

$$\frac{0 - (-3)}{q - (-2)} = \frac{6 - (-3)}{-8 - (-2)}$$

$$q = -4 \quad \therefore \quad Q(-4, 0)$$



$$m_r = \frac{0 - \frac{26}{7}}{-4 - 0} = \frac{13}{14}$$

$$y - 0 = \frac{13}{14} \cdot (x - (-4))$$

$$13x - 14y + 52 = 0$$

- a) $13x - 14y + 52 = 0$
- b) $12x - 13y + 48 = 0$
- c) $7x - 8y + 28 = 0$
- d) $9x - 11y + 36 = 0$

A

08) Sabendo que $a+b+2c = 15$ e que o valor de $a(b+2c) + 2bc = 100$. Se $N = a^2 + b^2 + 4c^2$. Assinale a alternativa correta:

- a) $N = 12$.
- b) $N = 15$.
- c) $N = 21$.
- d) $N = 25$.

Se $a + b + 2c = 15$

$$(a + b + 2c)^2 = (15)^2$$

$$a + b + 2c$$

$$a + b + 2c \quad (x)$$

$$a^2 + ab + 2ac$$

$$ab + b^2 + 2bc$$

$$2ac + 2bc + 4c^2 \quad (+)$$

$$a^2 + b^2 + 4c^2 + 2ab + 4ac + 4bc$$

$$a^2 + b^2 + 4c^2 + 2ab + 4ac + 4bc = 225$$

Dado : $a(b + 2c) + 2bc = 100$

$$ab + 2ac + 2bc = 100 \quad (2)$$

$$2ab + 4ac + 4bc = 200$$

a) $N = 12.$

b) $N = 15.$

c) $N = 21.$

d) $N = 25.$

D

$$N + 200 = 225 \quad \rightarrow \quad N = 25$$

09) Considere o termo central, no binômio $(\sin 2x - 3 \cdot \cos 2x)^4$. Assinale a alternativa correta, com uma expressão que identifique o dobro do termo central.

a) $15 \sin 4x$

b) $15(\sin 4x)^2$

c) $27 \sin 4x$

d) $27(\sin 4x)^2$

09) *Termo geral:*

$$(a - b)^n \longrightarrow T_{(p+1)} = \binom{n}{p} a^{n-p} \cdot (-b)^p$$

$$(\text{sen}2x - 3\cos 2x)^4 \Rightarrow T_3 = \binom{4}{2} (\text{sen}2x)^2 (-3\cos 2x)^2$$

$$T_3 = \frac{4!}{2!.2!} (\text{sen}2x)^2 \cdot 9(\cos 2x)^2$$

$$T_3 = 3 \cdot 2 \cdot (\text{sen}2x)^2 \cdot 9(\cos 2x)^2$$

$$T_3 = 27 \cdot 2 \cdot (\text{sen}2x)^2 \cdot (\cos 2x)^2$$

$$T_3 = \frac{27 \cdot 2 \cdot 2}{2} \cdot (\text{sen} 2x)^2 \cdot (\cos 2x)^2$$

$$T_3 = \frac{27 \cdot 2^2}{2} \cdot (\text{sen} 2x)^2 \cdot (\cos 2x)^2$$

$$T_3 = \frac{27 \cdot (2 \cdot \text{sen} 2x \cdot \cos 2x)^2}{2}$$

$$2 \cdot T_3 = 27 \cdot (\text{sen} 4x)^2$$

D

10) Analise a expressão:

$$7 \cdot \sin(3x) \cdot \cos(2x) + 7 \sin(2x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = 1$$

Com base nessa informação, assinale a alternativa correta.

- a) $\sin(5x) = 1/14$**
- b) $\sin(10x) = 13/49$**
- c) $\cos(5x) = 1/14$**
- d) $\cos(10x) = 47/49$**

10)

$$7 \cdot \text{sen}(3x) \cdot \cos(2x) + 7 \text{sen}(2x) \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = 1$$

$$\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = \cos(3x)$$

$$7 \cdot \text{sen}(3x) \cdot \cos(2x) + 7 \text{sen}(2x) \cdot \cos(3x) = 1$$

$$\text{sen}(3x) \cdot \cos(2x) + \text{sen}(2x) \cdot \cos(3x) = \frac{1}{7}$$

$$\text{sen}(a + b) = \text{sen}a \cdot \cos b + \text{sen}b \cdot \cos a$$

$$\text{sen}(3x + 2x) = \frac{1}{7} \Rightarrow \text{sen}(5x) = \frac{1}{7}$$

$$\text{sen}(5x) = \frac{1}{7}$$

$\mapsto \cos(10x)$ ou $\cos(5x)$

$$\cos(2a) = 1 - 2\text{sen}^2(a)$$



$$\cos(10x) = 1 - 2\text{sen}^2(5x)$$

$$\cos(10x) = 1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2$$

$$\cos(10x) = 1 - 2 \cdot \frac{1}{49} = \frac{49 - 2}{49}$$

D

$$\cos(10x) = \frac{47}{49}$$

11) Considere o sistema
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{z} = 6 \\ \frac{x}{y} + \frac{z}{x} = \frac{5}{2} \\ \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = \frac{9}{2} \end{cases}$$
 onde x, y e z são reais não nulos.

O valor da expressão $\frac{x^2z + y^2x + z^2y}{xyz}$ é:

- a) $\frac{15}{2}$
- b) $\frac{17}{2}$
- c) $\frac{15}{4}$
- d) $\frac{13}{2}$

11

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{z} = 6 \\ \frac{x}{y} + \frac{z}{x} = \frac{5}{2} \\ \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

(+)

$$2 \cdot \frac{x}{y} + 2 \cdot \frac{y}{z} + 2 \cdot \frac{z}{x} = 13$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = \frac{13}{2}$$

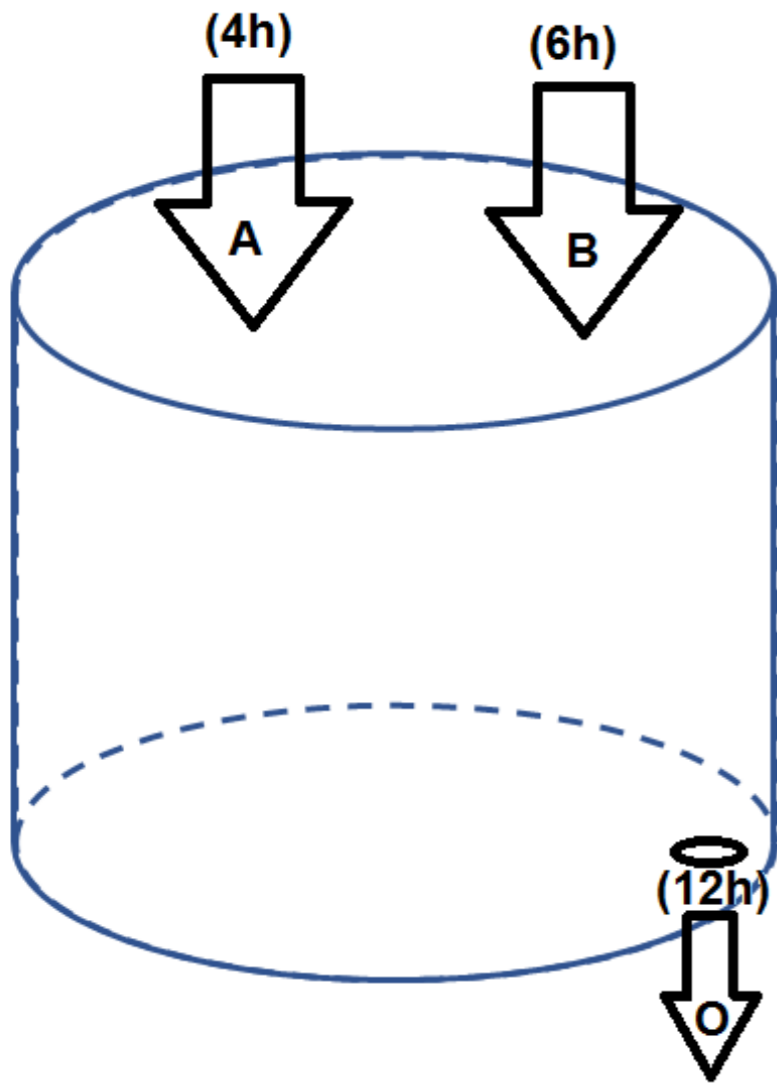
$$\frac{x^2 z + xy^2 + yz^2}{xyz} = \frac{13}{2}$$

$$\frac{x^2 z + y^2 x + z^2 y}{xyz}$$

D

12) Seja um recipiente vazio, no formato de um cilindro circular reto, em que uma torneira A consegue enchê-lo em 4h e uma torneira B, em 6h. O recipiente consegue ser totalmente esvaziado, por meio de um orifício em 12h, quando aberto. Paulo, para encher o recipiente, ligou as torneiras A e B ao mesmo tempo. Contudo, esqueceu o orifício aberto. Paulo verificou que o tempo, com essas condições, para enchê-lo, sem transbordar, passaria a ser de

- a) 1,50 h.
- b) 1,75 h.
- c) 2,45 h.
- d) 3,00 h.



$$(1) V_A = \frac{V}{4} \quad (2) V_B = \frac{V}{6} \quad (3) V_o = \frac{V}{12}$$

$$\therefore V_A + V_B - V_o = \frac{V}{t}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{t}$$

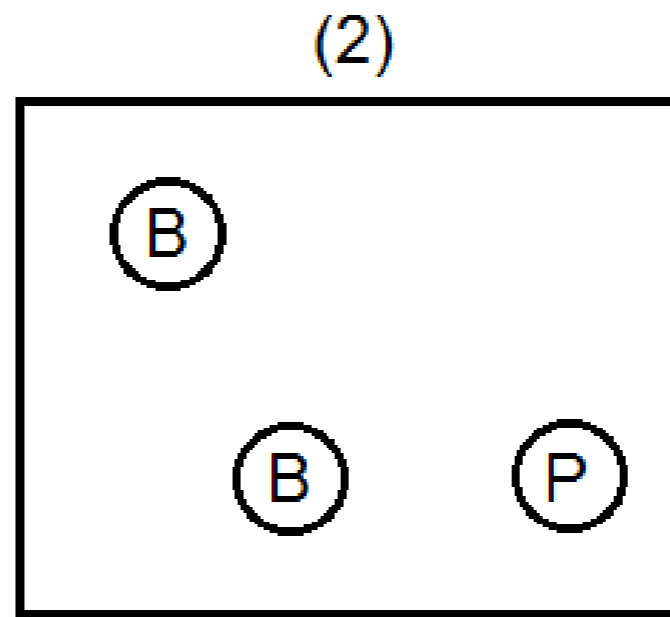
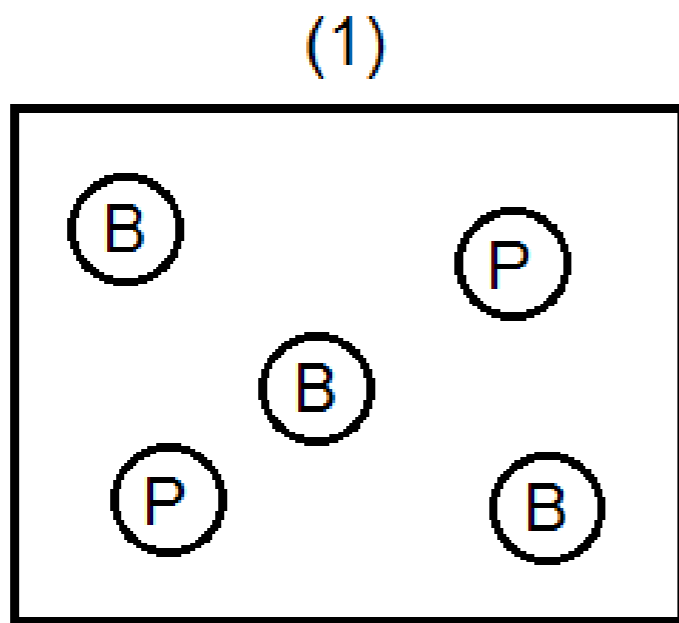
$$t = 3 \text{ h}$$

D

$$\frac{1}{t} = \frac{3 + 2 - 1}{12} \Rightarrow \frac{1}{t} = \frac{4}{12}$$

13) São dadas duas caixas, uma delas contém três bolas brancas e duas pretas e a outra contém duas bolas brancas e uma preta. Retira-se, ao acaso, uma bola de cada caixa. Se P_1 é a probabilidade de que, pelo menos uma bola seja preta e P_2 a probabilidade de as duas bolas serem da mesma cor, então $P_1 + P_2$ vale

- a) $8/15$.
- b) $7/15$.
- c) $17/15$.
- d) $11/15$.
- e) $12/17$.



$$p = p(B_1 \cap B_2) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

$$p_1 = 1 - p(B_1 \cap B_2) = 1 - \frac{2}{5} \Rightarrow p_1 = \frac{3}{5}$$

$$p_2 = p(B_1 \cap B_2) + p(P_1 \cap P_2)$$

$$p_2 = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow p_2 = \frac{8}{15}$$

$$\therefore p_1 + p_2 = \frac{3}{5} + \frac{8}{15} = \frac{17}{15}$$

C

14) Em relação ao valor de a que torna o sistema linear abaixo impossível, poderemos afirmar que

$$\begin{cases} x + ay + z = 2 \\ -x - 2y + 3z = -1. \\ 3x + az = 5 \end{cases}$$

- a) será um número primo.
- b) será um número ímpar.
- c) será positivo e maior que 4.
- d) será negativo e menor que -4.

Utilizando a Regra de Cramer:



SI ou SPI $\Rightarrow D = 0$

$$\begin{cases} x + ay + z = 2 \\ -x - 2y + 3z = -1 \\ 3x + 0y + az = 5 \end{cases} \Rightarrow D = \begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 3 & 0 & a \end{vmatrix} = a^2 + 7a + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a' = -1 \\ a'' = -6 \end{cases}$$

$$x = \frac{D_x}{D} \Rightarrow D_x \neq 0$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & a & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 5 & 0 & a \end{vmatrix} = a^2 + 11a + 10 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} a' \neq -1 \\ a'' \neq -10 \end{cases}$$

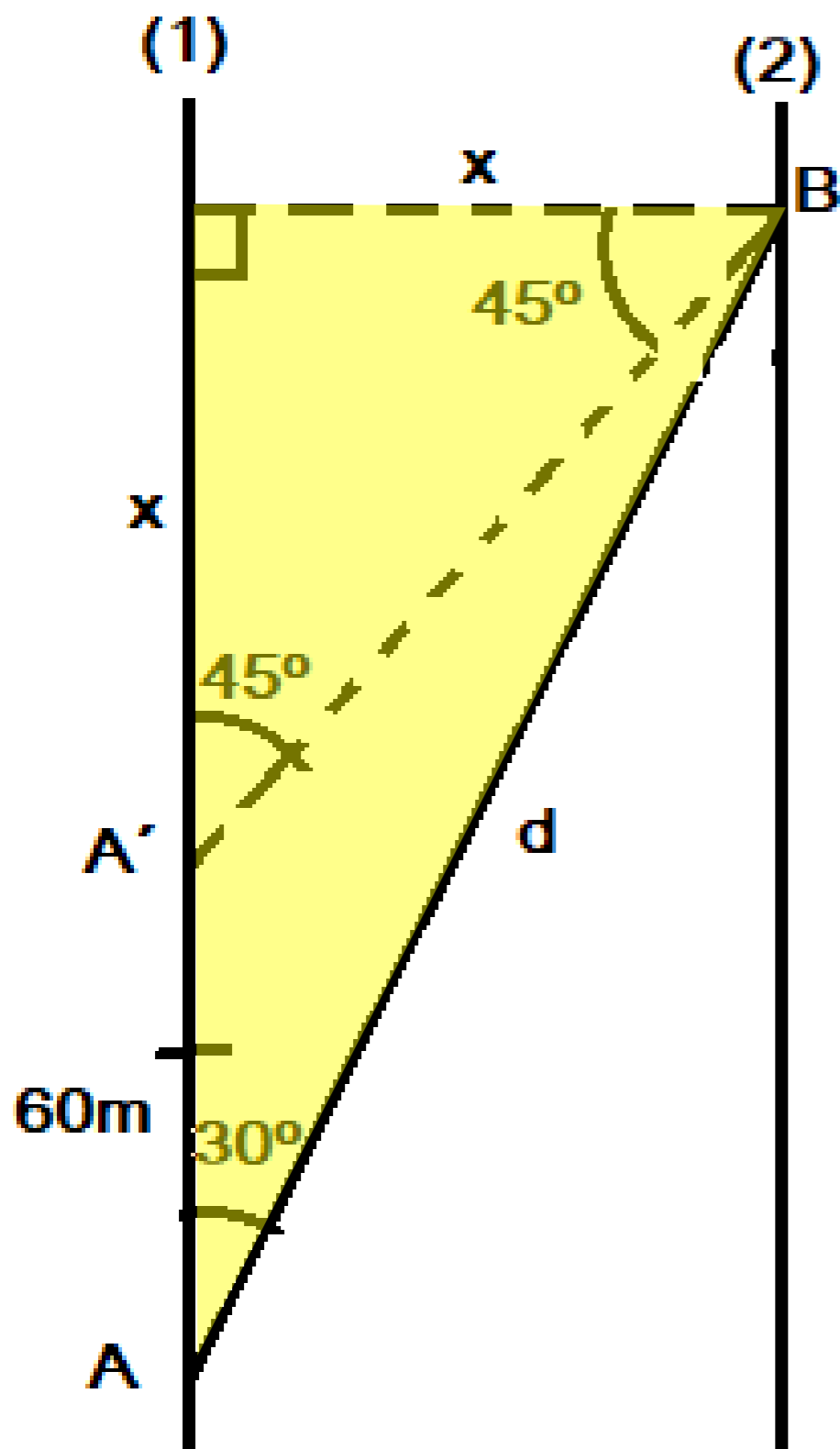
Assim, $a = -6$

D

15) Considere que as margens 1 e 2 de um rio sejam paralelas, em um determinado trecho. Um pescador A, na margem 1, visualiza um pescador B, na margem 2 com um ângulo de 30° com a margem e , nesse momento, a distância entre eles é d . Para calcular essa distância o pescador A, caminhou na margem 1 por 60 m, passando a observar o pescador B, com um ângulo de 45° , com a margem, de modo que a distância entre os pescadores A e B, diminuísse. Com essas informações, o valor de d aproximadamente, será igual a:

(Adote $\sqrt{3} = 1,7$)

- a) 60m.
- b) 86m.
- c) 94m.
- d) 98m.



$$\text{Tg } 30^\circ = \frac{x}{x + 60}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{x + 60} \implies x = \frac{60}{3 - \sqrt{3}}$$

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{x}{d} \implies \frac{1}{2} = \frac{x}{d}$$

$$d = 2x = 2 \cdot \frac{60}{3 - \sqrt{3}}$$

$$d = \frac{120}{3 - \sqrt{3}} \cdot \frac{3 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$$

$$d = \frac{120(3 + \sqrt{3})}{9 - 3}$$

$$d = 20(3 + \sqrt{3})$$

$$d \approx 20(3 + 1,7)$$

$$d \approx 94\text{m}$$

C

16) Considere uma matriz A , de ordem 3.

$$\text{Se } A^2 = \begin{bmatrix} a & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } \det(2A) = 8\sqrt{11}. \text{ Podemos}$$

afirmar que o valor de a , será de

a) $a = 0$.

b) $a = -2$.

c) $a = 1$.

d) $a = 3$.



$$\text{Se } \det(2A) = 8\sqrt{11}$$

$$\therefore 2^3 \cdot \det(A) = 8\sqrt{11}$$

$$\det(A) = \sqrt{11}$$

$$\det(A^2) = \det(A) \cdot \det(A) \text{ (Teor. de Binet)}$$

$$\det(A^2) = \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} = 11$$

$$\det(A^2) = \begin{vmatrix} a & 2 & 1 & a & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 4 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\det(A^2) = 8a + 3a = 11a$$

$$11a = 11$$

$$\therefore a = 1$$

C

17) Um poliedro convexo com faces quadrangulares e pentagonais tem 15 arestas. Calculando o número de faces quadrangulares e pentagonais, sabendo que a soma de todos os ângulos dos polígonos das faces é de 32 retos. Podemos afirmar, que os números de faces quadrangulares e pentagonais, são

a) 3 e 2.

b) 4 e 3.

c) 5 e 2.

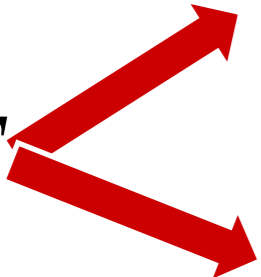
d) 2 e 4.

e) 3 e 3.



Dado :

- $A = 15$

- F  x quadrangulares (4) y pentagonais (5)

- $S = 32.90^\circ$

$$(1) 15 = \frac{4x + 5y}{2}$$

$$4x + 5y = 30$$

$$(2) (V - 2) \cdot 360^\circ = 32.90^\circ$$

$$(V - 2) \cdot 4 = 32$$

$$V = 10$$

$$(3) (Euler) V + F = A + 2$$

$$10 + F = 15 + 2$$

$$F = 7 \rightarrow x + y = 7$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = 30 \\ x + y = 7 \rightarrow y = 7 - x \end{cases}$$

$$4x + 5(7 - x) = 30$$

$$4x + 35 - 5x = 30$$

$$x = 5 \therefore y = 2$$

C

18)

Após acionar um flash de uma câmera, a bateria imediatamente começa a recarregar o capacitor do flash, o qual armazena uma carga elétrica dada por

$$Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-t/2} \right),$$

onde Q_0 é a capacidade máxima da carga e t é medido em segundos. O tempo que levará para o capacitor recarregar 90% da capacidade é de

- a) 2,6 seg b) 3,6 seg c) 4,6 seg d) 5,6 seg e) 6,6 seg

(Lembrando que $\ln 10 = 2,3$)



Queremos calcular t para $Q(t) = 0,9 \cdot Q_0$

$$\log_e a = \ln a$$
$$a = b \Leftrightarrow \ln a = \ln b$$
$$\ln a^c = c \cdot \ln a$$

$$0,9 \cdot \cancel{Q_0} = \cancel{Q_0} (1 - e^{-\frac{t}{2}})$$

$$e^{-\frac{t}{2}} = 1 - 0,9$$

$$e^{-\frac{t}{2}} = 0,1 \Rightarrow e^{-\frac{t}{2}} = 10^{-1}$$

$$\ln e^{-\frac{t}{2}} = \ln 10^{-1}$$

$$-\frac{t}{2} \cdot \ln e = -1 \cdot \ln 10$$

$$-\frac{t}{2} = -\ln 10$$

$$t = 2 \cdot \ln 10$$

$$t = 2 \cdot 2,3$$



$$t = 4,6$$

- a) 2,6 seg
- b) 3,6 seg
- c) 4,6 seg
- d) 5,6 seg
- e) 6,6 seg

C



19) Um supervisor, avaliando as vendas de um representante comercial recentemente contratado, observou os seguintes números relativos aos oito primeiros meses de trabalho.

Mês	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Vendas	68	64	66	53	61	66	56	68

(vendas em milhares de reais)*

Se, nos últimos quatro meses do referido ano, o representante vender, em cada mês, o mesmo valor corresponde à mediana das vendas nos oito primeiros meses, então a média mensal de vendas, no referido ano, do representante será igual a

- a) R\$ 62.750,00
- b) R\$ 63.500,00
- c) R\$ 63.833,33
- d) R\$ 65.000,00
- e) R\$ 95.250,00



Rol das vendas: 53 - 56 - 61 - 64 - 66 - 66 - 68 - 68



$$\text{Mediana: } \frac{64 + 66}{2} = 65$$



Média mensal: 63,5 Média mensal R\$ 63.500,00

$$53 + 56 + 61 + 64 + 66 + 66 + 68 + 68 + 65 + 65 + 65 + 65$$

$$12$$

C

20) Considere dois números a e b , onde $a + b = 12$ e $a \cdot b = 18$.
Com essas informações, assinale a alternativa correta.

a) $a^3 + b^3 = 980$.

b) $a^3 + b^3 = 990$.

c) $a^3 + b^3 = 1080$.

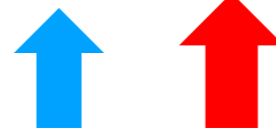
d) $a^3 + b^3 = 1024$.

Se $a + b = 12$

$$(a + b)^3 = (12)^3$$

$$a^3 + 3a^2 \cdot b + 3a \cdot b^2 + b^3 = 1728$$

$$a^3 + 3ab(a + b) + b^3 = 1728$$



$$a^3 + 3 \cdot 18 \cdot 12 + b^3 = 1728$$

$$a^3 + b^3 = 1728 - 648$$

$$a^3 + b^3 = 1080$$

C

21) Considere que o polinômio $p(x) = x^3 + 2x^2 + (a+1)x + b$, onde a e b , são reais. Se $1+i$ é uma raiz. Calcule o valor do produto de a por b e assinale a alternativa correta.

Se $1+i$ é raiz $\Rightarrow 1-i$ é raiz.

$$-64 + 32 - 4a - 4 + 8 = 0$$

Usando Girard:

$$\therefore a = -7$$

a) -48.

b) -64.

c) -56.

d) -72.

$$\bullet 1+i + 1-i + x_3 = \frac{-2}{1}$$

$$\therefore ab = -7.8$$

$$2 + x_3 = -2 \quad \therefore x_3 = -4$$

$$ab = -56$$

$$\bullet (1+i).(1-i).(-4) = \frac{-b}{1}$$

$$(1^2 - i^2).(-4) = -b \quad \therefore b = 8$$

$$\bullet p(-4) = 0$$

C

$$(-4)^3 + 2(-4)^2 + (a+1)(-4) + 8 = 0$$

22) Considere os complexos $Z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{12} + i.\text{sen}\frac{\pi}{12}\right)$ e

$$Z_2 = \sqrt[3]{3}\left(\cos\frac{\pi}{18} + i.\text{sen}\frac{\pi}{18}\right)$$

O módulo e o argumento de $(Z_1)^3.(Z_2)^6$; respectivamente:

a) 72 e $\frac{7\pi}{12}$

$$(Z_1)^3.(Z_2)^6 = 2^3\left(\cos\frac{\pi.3}{12} + i.\text{sen}\frac{\pi.3}{12}\right).\sqrt[3]{3}^6\left(\cos\frac{\pi.6}{18} + i.\text{sen}\frac{\pi.6}{18}\right)$$

b) 48 e $\frac{5\pi}{12}$

$$(Z_1)^3.(Z_2)^6 = 8\left(\cos\frac{\pi}{4} + i.\text{sen}\frac{\pi}{4}\right).9.\left(\cos\frac{\pi}{3} + i.\text{sen}\frac{\pi}{3}\right)$$

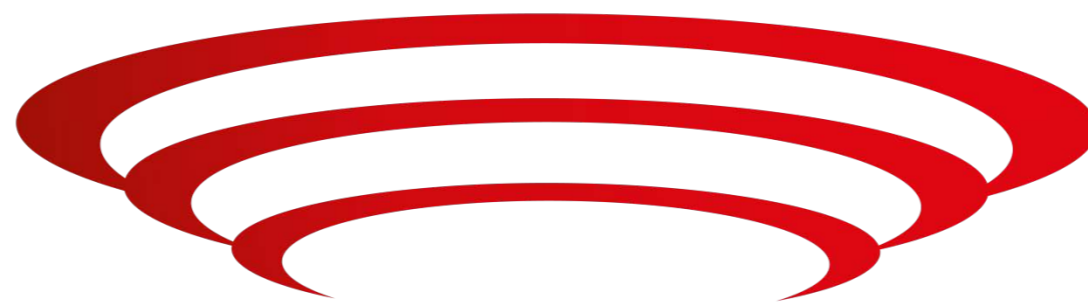
c) 16 e $\frac{7\pi}{12}$

$$|(Z_1)^3.(Z_2)^6| = 8.9 = 72$$

d) 24 e $\frac{5\pi}{12}$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi + 4\pi}{12} = \frac{7\pi}{12}$$

A



olimpo

Boa prova!