

LISTA DE EXERCÍCIOS

2º EM

MATEMÁTICA

PROF. THIAGO

4º BIM.

01. Para um refrigerador fechado, a sua temperatura interna segue a lei $\vartheta(t) = k(0,8)^t$, em que t é o tempo em minutos, ϑ é a temperatura em graus celsius (°C) e k é uma constante real. Se após 1 minuto, a temperatura interna é de 20°C, julgue os itens seguintes.

- ★ A constante k vale 25.
- ★ Após um dia fechado, a temperatura interna desse refrigerador estará abaixo de 0°C.
- ★ Após 2 minutos fechado, a temperatura interna desse refrigerador será de 16°C.

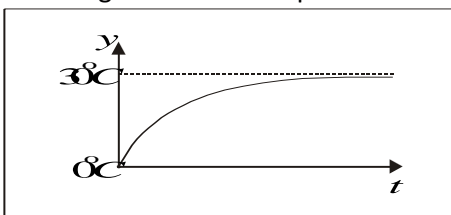
02. Sendo $\log 2 = 0,3010$ e $\log 1,02 = 0,0086$, determine quantos meses são necessários para que um capital, empregado à taxa de 2% ao mês, em regime de juros compostos, dobre de valor. Desconsidere a parte fracionária, caso exista.

03. Daqui a t anos o valor de um automóvel será $V = 20.000 \cdot (0,75)^t$ reais. A partir de hoje, daqui a quantos **meses** ele valerá a metade do que vale hoje?

Adote $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$ e desconsidere a parte fracionária, caso exista.

04. (UnB) Considere um objeto, a uma temperatura inicial y_0 , colocado em um meio com temperatura constante T . A taxa de transferência de calor do objeto para o ambiente, ou vice-versa, é proporcional à diferença entre as temperaturas do objeto e do ambiente. Assim, é possível concluir que a temperatura $y(t)$ do objeto, no instante $t \geq 0$, é dada por $y(t) = (y_0 - T)e^{-kt} + T$ em que $k > 0$ é a constante de proporcionalidade. Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

- ★ Se a temperatura inicial do objeto é superior à do ambiente, então a função $y(t)$ é decrescente.
- ★ Se a temperatura inicial do objeto é diferente da do ambiente, então, para algum instante $t_1 > 0$, a constante k é dada por $\frac{1}{t_1} \ln \left(\frac{y_0 - T}{y(t_1) - T} \right)$.
- ★ Se a temperatura inicial do objeto é diferente da do ambiente, então, para todo $t > 0$, tem-se $|y_0 - T| > |y(t) - T|$.
- ★ Se um objeto com uma temperatura inicial de 0°C for colocado em um ambiente à temperatura de 30°C, então o gráfico abaixo representa a função $y(t)$.



05. (PAS-UnB) As substâncias radiativas têm uma tendência natural a se desintegrarem, emitindo partículas e transformando-se em uma nova substância. Conseqüentemente, com o passar do tempo, a quantidade da substância radiativa diminui. A velocidade de decaimento pode ser medida contando-se o número de partículas liberadas por unidade tempo. Instrumentos para medir a radiatividade, como, por exemplo, o contador Geiger, fazem isso automaticamente.

O plutônio-240 (^{240}Pu), produzido em reatores nucleares, é um material radiativo de longa vida, o que torna o lixo atômico desses reatores de difícil armazenamento. A partir de uma massa inicial M_0 dessa substância, a sua massa M , após t séculos, será, aproximadamente, determinada pela equação $M = M_0(1,01)^{-t}$.

Com base nessas informações, determine, **em porcentagem**, a quantidade de massa de ^{240}Pu restante, após 3 séculos de desintegração. Despreze a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

06. Considere um recipiente contendo, no instante $t = 0$, um número N_0 de bactérias se reproduzindo normalmente. Suponhamos que, a cada instante, os nascimentos de novas bactérias sejam proporcionais ao número de bactérias existentes no recipiente naquele instante. Note que essa hipótese é bastante razoável, pois ela pressupõe que quando tivermos, por exemplo, o dobro do número de bactérias teremos também o dobro do número de nascimentos; além disso, sob certas condições, essa hipótese pode ser verificada experimentalmente. A partir dessa suposição, pode-se demonstrar que o número de bactérias em um certo instante $t > 0$ é dado por $N(t) = N_0 k^t$, onde $N(t)$ é o número de bactérias no instante t , N_0 é o número de bactérias no instante $t = 0$ e k é uma constante que depende do tipo de bactéria e que pode ser determinada experimentalmente.

Suponhamos, então, que em um certo instante, observou-se que havia 200 bactérias no recipiente, reproduzindo-se normalmente. Passadas 12 horas, já havia 600. Passadas mais x horas havia 16.200 bactérias. Calcule x .

07. (UnB) Estima-se que 1350 m^2 de terra sejam necessários para fornecer alimento para uma pessoa. Admite-se também, que há 30×1350 bilhões de m^2 de terra arável no mundo e que, portanto, uma população máxima de 30 bilhões de pessoas pode ser sustentada, se não forem exploradas outras fontes de alimento. A população mundial, no início de 1987, foi estimada em 5 bilhões de habitantes.

Considerando que a população continua a crescer, a uma taxa de 2% ao ano, e usando as aproximações $\sqrt[n]{1,02} \approx 1,02/n$, $\sqrt[n]{1,02} \approx 1,02/n$ e $\sqrt[n]{1,02} \approx 1,02/n$, determine em quantos anos, a partir de 1987, a Terra teria a máxima população que poderia ser sustentada.

Leia o texto a seguir para responder às questões 8 e 9.

A lei de Weber (Ernest Heinrich Weber, 1795 - 1878; fisiologista alemão), para resposta de seres humanos a estímulos físicos, declara que diferenças marcantes na resposta a um estímulo ocorrem para variações da intensidade do estímulo proporcionais ao próprio estímulo. Por exemplo, um homem, que sai de um ambiente iluminado para outro, só percebe uma variação da luminosidade se esta for superior a 2%, só distingue entre soluções salinas se a variação da salinidade for superior a 25%, etc. Fechner (Gustav Theodor Fechner, 1801 - 1887; físico e filósofo alemão) propôs um método de construção de escalas baseado na lei de Weber. Seja i a taxa de variação da intensidade do estímulo que permite discriminação da resposta. Associemos ao estímulo x_0 o nível de resposta zero. Então, a cada variação de taxa i no nível de estímulo, aumentamos uma unidade na medida no nível de resposta. Sendo y a resposta e x a intensidade do estímulo, podemos provar que $x = x_0(1 + i)^y$ e que $y = a \log x + b$, com $a = \frac{1}{\log(1+i)}$ e $x_0 = \frac{1}{(1+i)^b}$.

08. O brilho de uma estrela é uma sensação, ou seja, é uma resposta a um estímulo que é a energia luminosa recebida pelo olho. Os astrônomos medem o brilho por intermédio de uma escala de Fechner, $m = c - 2,5 \log_{10} I$, onde m é a medida do brilho, chamada de magnitude aparente, I é a energia luminosa recebida pelo olho e c é uma constante.

Uma escala de Fechner muito conhecida é a escala Richter, que mede a intensidade de terremotos. Ela é definida por $R = a + \log_{10} I$, onde R é a intensidade do terremoto (em graus Richter) e I é a energia liberada por ele.

Com base nos textos, julgue os itens a seguir.

- ★ Se as estrelas Betelgeuse e Vega têm magnitudes aparentes respectivamente iguais a 0,9 e 0,1, então Vega é a mais brilhante.
- ★ A estrela Sírius, cuja magnitude aparente é $-1,6$, é cerca de 100 vezes mais brilhante que Betelgeuse (magnitude aparente 0,9).
- ★ A razão entre as energias liberadas por dois terremotos, um de 3 graus Richter e outro de 1 grau Richter (nesta ordem) é igual a 1000.

09. Uma outra escala de Fechner também muito conhecida é a que mede ruídos, definida por $R = 12 + \log_{10} I$, onde R é a medida do ruído em bells (essa designação é em homenagem a Alexander Graham Bell, 1847 - 1922; físico escocês e inventor do telefone) e I é a intensidade sonora, medida em watts por metro quadrado. Na realidade, a unidade legal no Brasil é um submúltiplo do bell, o decibel (dB).

Se a intensidade sonora dos motores de um avião a jato (cerca de 160 dB) é igual a 10^n vezes a intensidade sonora do tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade (cerca de 80 dB), calcule n .

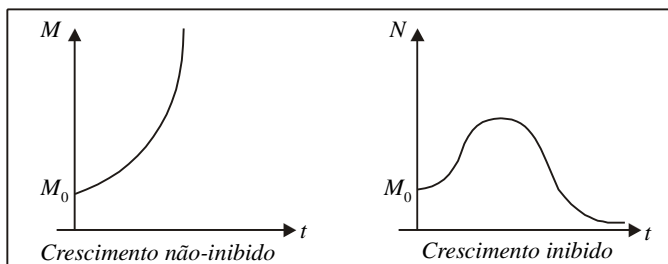
(PAS-UnB) Leia o texto seguinte para responder às questões 10 e 11.

O crescimento populacional, na ausência de fatores inibidores, é um exemplo típico de função exponencial do tempo. Assim, o número $M(t)$ de bactérias em um organismo, no instante t , é dado pela função $M(t) = M_0 e^{kt}$, em que k é uma constante que depende do tipo de bactéria, o número e é a base dos logaritmos naturais e M_0 corresponde ao número de bactérias no instante $t = 0$.

O crescimento do número de bactérias pode ser inibido com o uso de antibióticos. Os laboratórios estudam os diferentes tipos de bactérias para determinar a dosagem correta de antibiótico a ser ministrada em um paciente e, em geral, recomendam uma quantidade α de antibiótico por unidade de tempo. Admitindo-se que a presença do antibiótico destrói as bactérias a uma taxa proporcional ao número de bactérias e à quantidade de antibiótico presente no instante t , o número $N(t)$ de bactérias, neste caso, é dado por

$$N(t) = M_0 e^{kp(t)},$$

em que $p(t) = t - \frac{\alpha}{2k} t^2$ é uma função quadrática. As figuras abaixo ilustram os gráficos das funções $M(t)$ e $N(t)$.



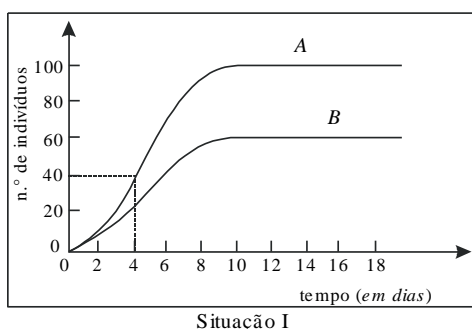
10. (PAS-UnB) Com base no texto, julgue os itens que se seguem.

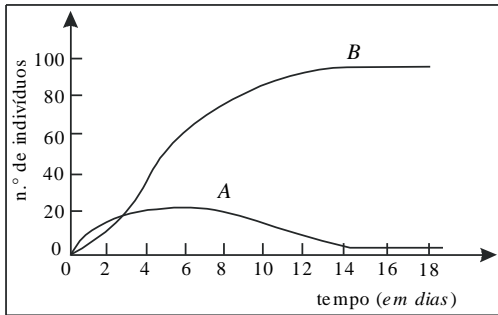
- ★ A experiência dos laboratórios indica que a quantidade de antibiótico ministrada deve ser uma função exponencial do tempo.
- ★ A função $M(t)$ satisfaz $M(t + s) = M(t)e^{ks}$, para quaisquer valores positivos de t e s .
- ★ O gráfico da função $p(t)$ intercepta o eixo das abscissas nos pontos $t = 0$ e $t = 2k/\alpha$.
- ★ A função composta $M(p(t))$ é uma função crescente.

11. (PAS-UnB) Com o auxílio do texto, julgue os itens abaixo.

- ★ Na presença de antibiótico, o número de bactérias voltará a ser igual ao número inicial M_0 , quando $t = 2k/\alpha$.
- ★ Na presença de antibiótico, o número de bactérias atingirá o seu valor máximo em $t = k/\alpha$.
- ★ Para um determinado tipo de bactéria, suponha que $k = 1$, $M_0 = 2.000$ e que o número máximo de bactérias suportado pelo organismo seja de 8.000.000. Então, para que o número de bactérias não ultrapasse esse valor máximo, o antibiótico deve ser ministrado na dosagem α , tal que $\alpha > \frac{1}{2 \ln 4.000}$.

12. (PAS-UnB) Quando duas populações de espécies diferentes têm o mesmo nicho ecológico, ou seja, possuem as mesmas necessidades básicas para sobreviverem, e ocupam o mesmo *habitat*, uma delas é eliminada por competição. Os gráficos abaixo representam situações de crescimento em laboratório de culturas de duas espécies de protozoários, A e B, que possuem o mesmo nicho ecológico, mas não necessariamente ocupam o mesmo *habitat*, isto é, o mesmo ambiente.





Situação II

Com base nesses gráficos, julgue os itens a seguir.

- ★ Na situação I, as duas espécies foram cultivadas juntas, ou seja, em um mesmo ambiente.
- ★ Na situação I, se a função que descreve o crescimento da população da espécie A, no intervalo $[0, 6]$, for uma função exponencial do tipo $f(t) \cong a^t$, então $1 < a < 2$.
- ✱ Na situação II, o número de indivíduos da espécie A atinge o seu valor máximo entre o 4º e o 8º dias.
- ✱ Na situação II, representando as funções que descrevem os crescimentos das populações das espécies A e B por $N_A(t)$ e $N_B(t)$, respectivamente, é correto afirmar que, se $N_A(t) = N_B(t)$, então $0 \leq t \leq 4$.

13. Curva de Aprendizagem é um conceito criado por psicólogos que constataram a relação existente entre a eficiência de um indivíduo e a quantidade de treinamento ou experiência possuída por esse indivíduo. Um exemplo de Curva de Aprendizagem é dado pela função $Q(t) = 700 - 400e^{-0,5t}$, na qual Q é a quantidade de peças produzidas mensalmente por um funcionário, t corresponde aos meses de experiência desse funcionário e $e \cong 2,7183$.

A respeito dessa Curva de Aprendizagem e considerando $\ln 2 = 0,6931$, julgue os itens seguintes.

- ★ De acordo com essa função, um funcionário com dois meses de experiência deverá produzir aproximadamente 553 peças mensalmente.
- ★ Um funcionário sem qualquer experiência deverá produzir mais de 350 peças por mês.
- ✱ Para produzir 600 peças mensalmente, o funcionário em questão deve ter mais de 3 meses de experiência.

14. Se $m > 0$ e $m \neq 1$, sabe-se que a seqüência (m, n, p, q, r) é uma progressão geométrica de razão m . A soma dos termos dessa progressão é igual a $13m + 12$. Sendo x um número real positivo diferente de 1 tal que

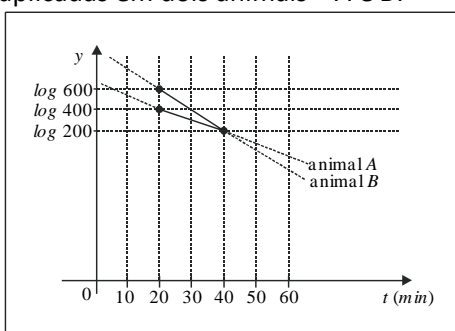
$$\frac{1}{\log_m x} + \frac{1}{\log_n x} + \frac{1}{\log_p x} + \frac{1}{\log_q x} + \frac{1}{\log_r x} = \frac{5}{2},$$

calcule o valor de x e despreze a parte fracionária, caso exista.

15. (UnB) Um método para se determinar o volume de sangue no corpo de um animal é descrito a seguir.

- I – Uma quantidade conhecida de tiosulfato é injetada na corrente sanguínea do animal.
- II – O tiosulfato passa a ser continuamente excretado pelos rins a uma taxa proporcional à quantidade ainda existente, de modo que a sua concentração no sangue decresce exponencialmente.
- III – São feitas marcações dos níveis de concentração de tiosulfato, em mg/L , a cada 10 *min* após a injeção, e os dados são plotados em um sistema de coordenadas semilogarítmicas – no eixo das ordenadas, são marcados os logaritmos, na base 10, das concentrações encontradas em cada instante t .
- IV – Para se obter a concentração do plasma no momento da injeção – indicado no gráfico como o instante inicial $t = 0^-$, prolonga-se o segmento de reta obtido até que ele intercepte o eixo das ordenadas.

A figura abaixo ilustra um exemplo de uso desse método, quando iguais quantidades de tiosulfato – 0,5 g – foram aplicadas em dois animais – A e B.



Com base nas informações acima e assumindo que a aplicação do tiosulfato não altere o volume de sangue dos animais, julgue os itens seguintes.

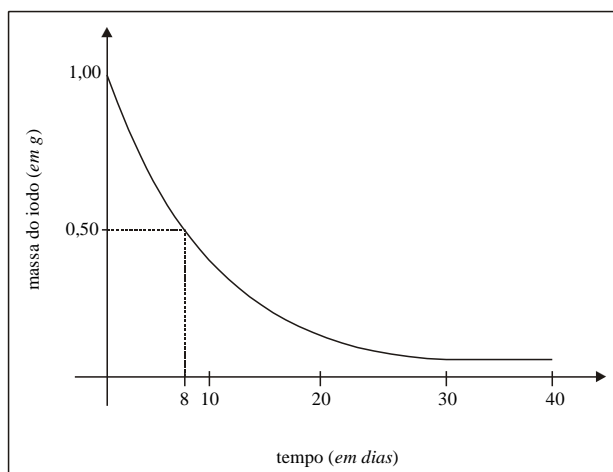
- ★ A capacidade de eliminação do tiosulfato do animal A é superior à do animal B.
- ★ A quantidade total de sangue no corpo do animal A é de 625 mL.
- ★ Transcorridos 60 min desde a aplicação do tiosulfato, a concentração deste na corrente sanguínea do animal A era superior a 80 mg/L.

16. Considere que, por ocasião da promulgação da Lei Áurea, a população de escravos no Brasil era de 3.500.000 e que, a partir de então, por morte, alforria ou Lei do Sexagenário, essa população diminuísse em 10% ao ano. Nessas condições, quantos anos após a promulgação da Lei Áurea a população escrava do Brasil já teria se tornado igual a 35.000? Use $\ln 2 = 0,69315$, $\ln 3 = 1,09861$, $\ln 5 = 1,60944$ e despreze a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

17. (Medicina-GDF) De acordo com uma pesquisa, o número de casos de pneumonia em uma população tem diminuído ano a ano, segundo os valores da função definida por $f(t) = m \cdot 2^{-\frac{t}{5}}$, na qual t é dado em anos. Se, na data inicial ($t=0$), foram anotados 4.096 casos, quantos anos serão necessários, no mínimo, para que o número de casos se torne $\frac{1}{16}$ do número inicial?

- a) 16
- b) 17
- c) 18
- d) 19
- e) 20

18. (UnB) A meia-vida de um núcleo atômico radioativo é, por definição, o tempo necessário para que a metade dos núcleos inicialmente presentes em uma amostra se desintegre. Esse tempo não depende da massa da amostra. Por exemplo, uma amostra de 1,00 g de iodo 131, isótopo do iodo, usado no tratamento de câncer da tireóide, diminui para 0,50 g em 8 dias. A meia-vida do iodo 131 é, então, igual a 8 dias. O gráfico a seguir ilustra o decaimento radioativo para essa amostra, em um período de até 40 dias. Em relação à amostra analisada, julgue os itens que se seguem.



- ★ O período transcorrido até que a massa dessa amostra fique reduzida a 0,25 g é superior a 17 dias.
- ★ Após 25 dias, a massa de iodo 131 dessa amostra é inferior a 0,13 g.
- ★ Se M_1 e M_2 são as massas dessa amostra medidas, nessa ordem, em um intervalo de 8 dias, então o quociente $\frac{M_1}{M_2}$ é igual a 2.
- ★ Se M_0 é a massa inicial dessa amostra e $M(t)$ é a massa após t dias, então o quociente $\frac{M_0}{M(t)}$ é constante.

19. Na 2ª fase do vestibular FUVEST - 91, uma das questões de Matemática tinha o seguinte enunciado.

A intensidade I de um terremoto, medida na escala Richter, é um número que varia de $I = 0$ até $I = 8,9$, para o maior terremoto conhecido. I é dado pela fórmula $I = \frac{2}{3} \log \frac{E}{E_0}$, onde E é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora e $E_0 = 7 \times 10^{-3} \text{ kWh}$.

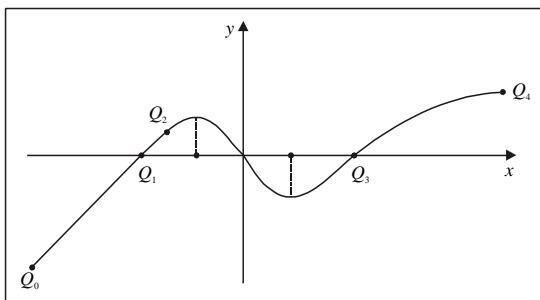
- Qual a energia liberada num terremoto de intensidade 8 na escala Richter?
- Aumentando de uma unidade a intensidade do terremoto, por quanto fica multiplicada a energia liberada?

Seja W a resposta do item a e \tilde{W} a resposta do item b, calcule, em **kWh**, o valor da expressão $W\tilde{W}^6$.

20. A desintegração radiativa de uma substância é dada pela fórmula $M = M_0 e^{-it}$, na qual M_0 é a massa dessa substância, em gramas, no instante $t = 0$; i é a taxa anual de desintegração e t é o tempo dado em anos. Com base nisso, em quantos anos, 400 g de uma substância radiativa, que se desintegra a uma taxa de 3% ao ano, estará reduzida a 80 g? Use $\ln 5 = 1,61$ e despreze a parte fracionária, caso exista.

21. Considere uma cidade que tenha uma taxa de crescimento populacional de 3%. Considerando $\log 2 = 0,301$ e $\log 103 = 2,01$, calcule, em quantos anos, a população dessa cidade duplicará. Desconsidere a parte fracionária, caso exista.

22. (UnB)



Considere que o caminho que liga dois pontos Q_0 e Q_4 seja representado pelo gráfico acima no sistema xOy , em que a unidade de medida, em ambos os eixos coordenados, é o **km**. Nesse gráfico, o trecho Q_0Q_2 é um segmento de reta medindo 10 **km**; de Q_2 a Q_3 tem-se parte do gráfico da função $f(x) = -\sqrt{2} \operatorname{sen} ax$, para $a > 0$ dado em **rad/km**, e de Q_3 a Q_4 tem-se parte do gráfico da função $g(x) = \log_b \left(\frac{3x}{2b} \right)$, para $b > 0$. Considere que $Q_0 = \left(-\frac{15}{2}, y_0 \right)$, $Q_1 = (x_1, 0)$, $Q_2 = (x_2, 1)$, $Q_3 = (x_3, 0)$, $Q_4 = (18, 2)$, faça o que se pede, desconsiderando, para a marcação na folha de respostas, a parte fracionária do resultado final obtido, após efetuar todos os cálculos solicitados.

- Calcule, em **km**, a abscissa x_3 do ponto Q_3 .
- Calcule o valor da expressão $150 \frac{a}{\pi}$.
- Calcule o valor da expressão $60 y_0 x_2$.
- Calcule o valor da expressão $25 \lfloor x_1 \rfloor$.

23. (UnB) Em um experimento com uma colônia de bactérias, observou-se que havia 5.000 bactérias vinte minutos após o início do experimento e, dez minutos mais tarde, havia 8.500 bactérias. Suponha que a população da colônia cresce exponencialmente, de acordo com a função $P(t) = P_0 e^{kt}$, em que P_0 é a população inicial, k é uma constante positiva e $P(t)$ é a população t minutos após o início do experimento. Calcule o valor de $P_0 / 100$, desprezando a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

24. (UnB) O crescimento populacional em condições ideais é regido aproximadamente pela função $P(t) = P_0 e^{kt}$, em que t é a variável tempo, k é a taxa de crescimento por unidade de tempo, P_0 é a população inicial e $P(t)$ é a

população no instante t . Essa mesma função modela também a decomposição radioativa sendo que, nesse caso, P_0 é a massa inicial do material radioativo e k depende do material.

Considere $\ln 2 = 0,7$ e $\ln 3 = 1,1$, aproximadamente, e julgue os itens que se seguem.

- ★ Se $P_0 = 72$ e $k = 0,1$, então $\ln(P(10)) < 5$.
- ★ Uma cultura com 100 bactérias, inicialmente, reproduz-se em condições ideais e, 12 horas após, existem 400 bactérias. Então, dois dias depois do início da experiência, existirão mais de 21.600 bactérias.
- ★ Uma amostra de material radioativo reduz-se a $3/4$ de sua quantidade inicial depois de 33.600 anos. Então, é correto afirmar que, após 56.000 anos, a sua massa estará reduzida a menos da metade da massa inicial.

25. (UnB) Uma fonte sonora emite um ruído de intensidade igual a 100 dB. Denota-se por u_n a intensidade do ruído medida após o mesmo ter atravessado n placas de isolamento acústico. Sabendo que cada placa absorve 10% da intensidade do ruído nela incidente e que $u_0 = 100 \text{ dB}$, julgue os itens a seguir, admitindo que $\log_{10} 3 = 0,477$ e $\log_{10} 2 = 0,300$.

- ★ A sequência $\{u_n\}$ é uma progressão geométrica de razão igual a $-0,1$.
- ★ As primeiras 5 placas absorvem, pelo menos, 50% da intensidade inicial do ruído.
- ★ A intensidade do ruído, após atravessar 44 placas, será inferior a 1 dB.

GABARITO

- | | | | |
|-----|---|-----|--|
| 01. | ★ V, ★ F (A função exponencial nunca assume valores negativos), ★ V | 14. | 27 |
| 02. | 35 | 15. | ★ F, ★ V, ★ V |
| 03. | 30 | 16. | 43 |
| 04. | ★ V, ★ V, ★ V, ★ V | 17. | e |
| 05. | 97 | 18. | ★ F, ★ V, ★ V, ★ F |
| 06. | 36 | 19. | a) $7 \cdot 10^9$ b) fica multiplicado por $10\sqrt{10}$ |
| 07. | 90 | 20. | 053 |
| 08. | ★ V, ★ F, ★ F | 21. | 030 |
| 09. | 08 | 22. | a)002 b)075 c)630 d)576 |
| 10. | ★ F, ★ V, ★ V, ★ F | 23. | 017 |
| 11. | ★ V, ★ V, ★ F | 24. | ★ F, ★ V, ★ F |
| 12. | ★ F, ★ F, ★ V, ★ V | 25. | ★ F, ★ F, ★ F |
| 13. | ★ V, ★ F, ★ F | | |

Questões ENEM

2016 – Segunda aplicação

01. O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

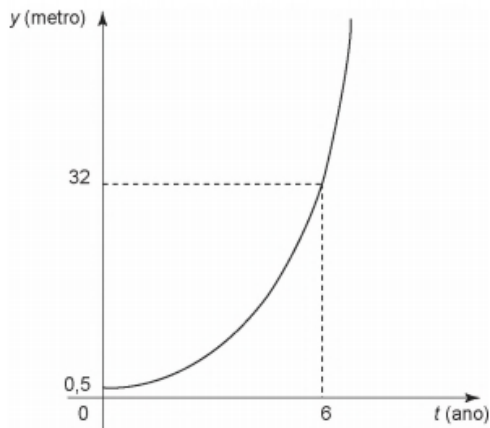
$$p(t) = 40 \cdot 2^{3t} \text{ em que } t \text{ é o tempo, em hora, e } p(t) \text{ é a população, em milhares de bactérias.}$$

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será

- a) reduzida a um terço.
- b) reduzida à metade.
- c) reduzida a dois terços.
- d) duplicada.
- e) triplicada.

2016 – Segunda aplicação

02. Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função $y(t) = a^{t-1}$, na qual y representa a altura da planta em metro, t é considerado em ano, e a é uma constante maior que 1. O gráfico representa a função y .



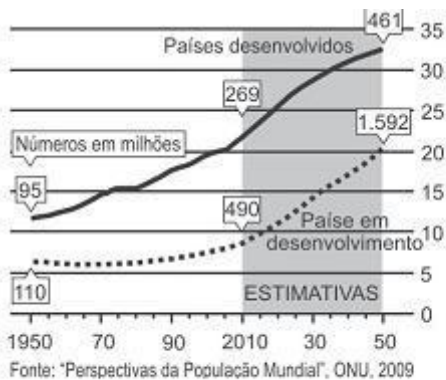
Admita ainda que $y(0)$ fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio.

O tempo entre a plantação e o corte é igual a

- a) 3 anos.
- b) 4 anos.
- c) 6 anos.
- d) $\log_2 7$ anos.
- e) $\log_2 15$ anos.

2009 – Primeira aplicação

03. A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Disponível em: www.economist.com. Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).

Suponha que o modelo exponencial $y = 363e^{0,03x}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no ano x , seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre

- a) 490 e 510 milhões.
- b) 550 e 620 milhões.
- c) 780 e 800 milhões.
- d) 810 e 860 milhões.
- e) 870 e 910 milhões.

2016 – Primeira aplicação

04. Em 2011, um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter causou um devastador *tsunami* no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima. Em 2013, outro terremoto, de magnitude 7,0 na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada por

$$M = \frac{2}{3} \log\left(\frac{E}{E_0}\right)$$

sendo E a energia, em kWh, liberada pelo terremoto e E_0 uma constante real positiva. Considere que E_1 e E_2 representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente.

Disponível em: www.terra.com.br. Acesso em: 15 ago. 2013 (adaptado).

Qual a relação entre E_1 e E_2 ?

- a) $E_1 = E_2 + 2$
- b) $E_1 = 10^2 \cdot E_2$
- c) $E_1 = 10^3 \cdot E_2$
- d) $E_1 = 10^7 \cdot E_2$
- e) $E_1 = \frac{9}{7} \cdot E_2$

2016 – Primeira aplicação

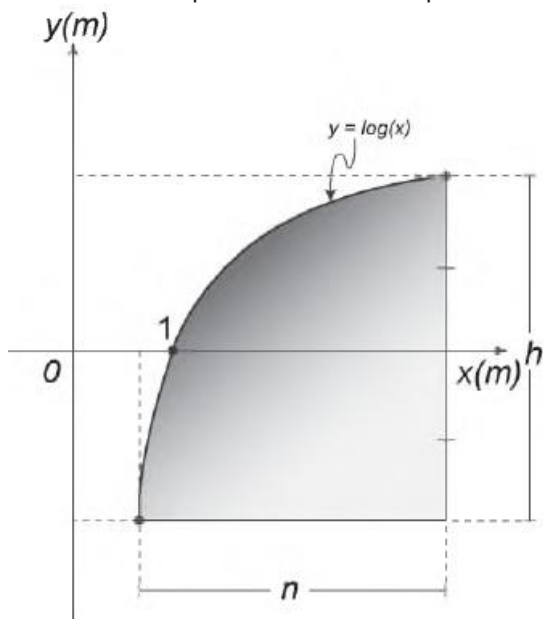
05. Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3000 °C e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 min.

Use 0,477 como aproximação para $\log 3$ e 1,041 como aproximação para $\log 11$. O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30 °C é mais próximo de

- a) 22.
- b) 50.
- c) 100.
- d) 200
- e) 400.

2015 – Primeira aplicação

06. Um engenheiro projetou um automóvel cujos vidros das portas dianteiras foram desenhados de forma que suas bordas superiores fossem representadas pela curva de equação $y = \log(x)$, conforme a figura.



A forma do vidro foi concebida de modo que o eixo x sempre divida ao meio a altura h do vidro e a base do vidro seja paralela ao eixo x . Obedecendo a essas condições, o engenheiro determinou uma expressão que fornece a altura h do vidro em função da medida n de sua base, em metros.

A expressão algébrica que determina a altura do vidro é

a) $\log\left(\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right) - \log\left(\frac{n-\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$

b) $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) - \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$

c) $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) + \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$

d) $\log\left(\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$

e) $2 \log\left(\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}\right)$

GABARITO

01. d

02. b

03. e

04. c

05. e

06. e