

PIRÂMIDES

9º ANO

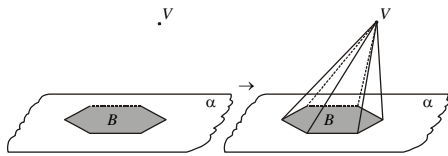
MATEMÁTICA

PROF. HENRIQUE

4º BIM

1. Definição

Considere uma região poligonal B , contida em um plano α , e um ponto V não-pertencente ao plano α .



Pirâmide é a reunião (*união*) de todos os segmentos tais que uma das extremidades é o ponto V e a outra é qualquer ponto da região B .

2. Elementos principais de uma pirâmide

- a) Uma base com n lados (ou arestas).
- b) n faces laterais e n arestas laterais.

3. Classificação de uma pirâmide

a) **Pirâmide reta:** é qualquer pirâmide cuja projeção ortogonal do vértice V sobre o plano da base é o centro da base.

b) **Pirâmide oblíqua:** é qualquer pirâmide cuja projeção ortogonal do vértice V sobre o plano da base **não** é o centro da base.

c) **Pirâmide regular:** é qualquer pirâmide reta cuja base é um polígono regular.

4. Volume de uma pirâmide

Demonstra-se que o volume de uma pirâmide é dado por

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{área da base}) \times (\text{altura})$$

Obs.: a altura de uma pirâmide é a distância do vértice V ao plano da base.

5. Área de uma pirâmide

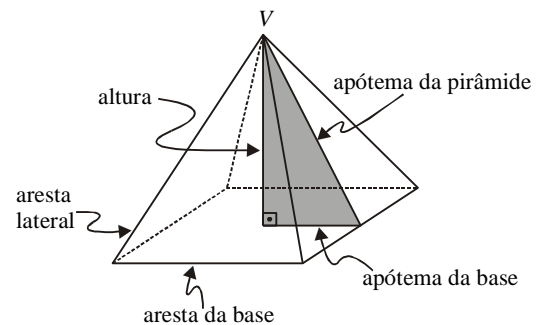
a) A área lateral (A_l) de uma pirâmide é a soma das áreas das faces laterais.

b) A área total (A_T) é a soma da área lateral com a área da base (A_B). Portanto:

$$A_T = A_B + A_l$$

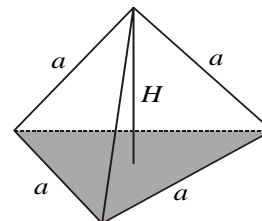
6. Pirâmide regular

Em uma pirâmide regular, além de a base ser regular, todas as faces laterais são triângulos congruentes. O segmento com uma extremidade no vértice V da pirâmide e a outra no ponto médio de uma das arestas da base é denominado **apótema** da pirâmide (ou *apótema* lateral).



7. Tetraedro regular

É a pirâmide regular que apresenta todas as faces (*inclusive a base*) triangulares e essas faces são triângulos equiláteros.



a) Área da base: $A_B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

b) Área lateral: $A_l = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$

c) Área total: $A_T = a^2\sqrt{3}$

d) Altura: $H = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

e) Volume: $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

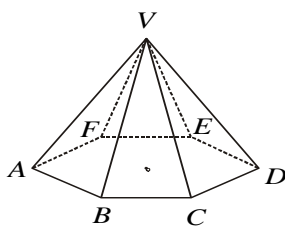
Exercícios de sala

1. Considere uma pirâmide quadrangular regular de aresta da base 6 cm e aresta lateral 5 cm .

Nessa condições, calcule:

- a) o apótema da pirâmide.
- b) a área de uma face lateral.
- c) a área lateral.
- d) a área da base.
- e) a área total.
- f) a altura da pirâmide.
- g) o volume dessa pirâmide.

2. A figura a seguir representa uma pirâmide regular de base hexagonal. Se cada aresta da base mede 10 cm e cada aresta lateral mede 13 cm , calcule:



- a) a área da base;
- b) o apótema da pirâmide;
- c) a área de uma face lateral;
- d) a área lateral;
- e) a área total;
- f) a altura da pirâmide;
- g) o volume da pirâmide.

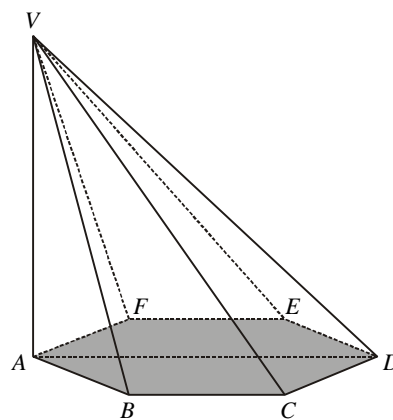
3. A área da base de uma pirâmide quadrangular regular vale 32 cm^2 e o apótema da pirâmide mede 6 cm . Calcule:

- a) a aresta da base;
- b) o apótema da base;
- c) a aresta lateral;
- d) a altura da pirâmide;
- e) a área lateral;
- f) a área total;
- g) o volume.

4. O perímetro da base de uma pirâmide hexagonal regular é 24 m e a altura 6 m . O volume dessa pirâmide é

- a) $12\sqrt{3}\text{ m}^3$
- b) $26\sqrt{3}\text{ m}^3$
- c) $39\sqrt{3}\text{ m}^3$
- d) $48\sqrt{3}\text{ m}^3$
- e) $60\sqrt{3}\text{ m}^3$

5. Considere uma pirâmide oblíqua, de vértice V , cuja base $(ABCDEF)$ é um hexágono regular de lado 3 cm , como mostra a figura.



Se a aresta \overline{AV} é perpendicular ao plano da base e $AV = AD$, julgue os itens seguintes.

- a) Os triângulos VAB e VAE são retângulos e congruentes de hipotenusa $3\sqrt{5}\text{ cm}$.
- b) A área do triângulo VBC é igual a 9 cm^2 .
- c) Os triângulos VCD e VED são retângulos e congruentes.
- d) A área do triângulo VCD vale $\frac{9\sqrt{7}}{2}\text{ cm}^2$. O volume da pirâmide $VABCDEF$ é igual a $81\sqrt{3}\text{ cm}^3$.