Conjuntos / Problemas

01. (ENEM) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C_1, C_2 e C_3 terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas.
Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C_1 e C_2 terão 10 páginas em comum; C_1 e C_3 terão 6 páginas em comum; C_2 e C_3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C_1.
Efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a:
a) 135.
b) 126.
c) 118.
d) 114.
e) 110.

02. (ENEM) Um estudo realizado com 100 indivíduos que abastecem seu carro uma vez por semana em um dos postos **X**, **Y** ou **Z** mostrou que:

- 45 preferem X a Y, e Y a Z
- 25 preferem Y a Z, e Z a X
- 30 preferem Z a Y, e Y a X

Se um dos postos encerrar suas atividades, e os 100 consumidores continuarem se orientando pelas preferências descritas, é possível afirmar que a liderança de preferência nunca pertencerá a
a) X.
b) Y.
c) Z.
d) X ou Y.
e) Y ou Z.

03. (ENEM) Uma escola de ensino médio tem 250 alunos que estão matriculados na 1ª, 2ª ou 3ª série. 32% dos alunos são homens e 40% dos homens estão na 1ª série. 20% dos alunos matriculados estão na 3ª série, sendo 10 alunos homens. Dentre os alunos da 2ª série, o número de mulheres é igual ao número de homens.
A tabela abaixo pode ser preenchida com as informações dadas:

	1ª	**2ª**	**3ª**	**Total**
Mulher	a	b	c	a+b+c
Homem	d	e	f	d+e+f
Total	**a+d**	**b+e**	**c+f**	**250**

O valor de **a** é:
a) 10
b) 48
c) 92
d) 102
e) 120

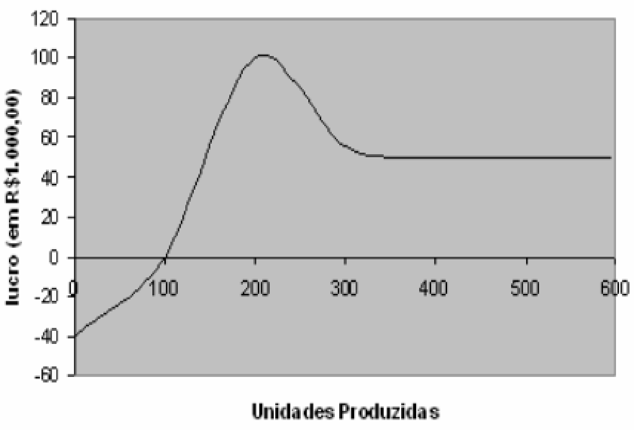
Conjuntos Numéricos / Conjuntos Numéricos

04. (ENEM) Nas construções prediais são utilizados tubos de diferentes medidas para a instalação da rede de água. Essas medidas são conhecidas pelo seu diâmetro, muitas vezes medido em polegada. Alguns desses tubos, com medidas em polegada, são os tubos de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{4}$.
Colocando os valores dessas medidas em ordem crescente, encontramos
a) $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{4}$
b) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{8}$
c) $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}$
d) $\frac{3}{8}, \frac{5}{4}, \frac{1}{2}$
e) $\frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}$

Conjuntos Numéricos / Operações com Intervalos e Fração Geratriz

05. (ENEM) Um estudante se cadastrou numa rede social na internet que exibe o índice de popularidade do usuário. Esse índice é a razão entre o número de admiradores do usuário e o número de pessoas que visitam seu perfil na rede.
Ao acessar seu perfil hoje, o estudante descobriu que seu índice de popularidade é 0,3121212…
O índice revela que as quantidades relativas de admiradores do estudante e pessoas que visitam seu perfil são
a) 103 em cada 330.
b) 104 em cada 333.
c) 104 em cada 3 333.
d) 139 em cada 330.
e) 1 039 em cada 3 330.

06. (ENEM) O gráfico a seguir apresenta o lucro, em reais, obtido por uma empresa em função da quantidade de unidades produzidas, quando essa quantidade varia entre 0 e 600 unidades.



Uma análise desse gráfico indica que o intervalo de unidades produzidas em que a taxa média de variação do lucro é positiva ocorre apenas

a) entre zero e 200.
b) entre 200 e 300.
c) entre 400 e 600.
d) entre 100 e 300.
e) entre 100 e 600.

Matrizes / Operações e Propriedades

07. (ENEM) Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4x4, e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

a) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

Sistemas Lineares / Problemas

08. (ENEM) Uma padaria vende, em média, 100 pães especiais por dia e arrecada com essas vendas, em média, R$ 300,00. Constatou-se que a quantidade de pães especiais vendidos diariamente aumenta, caso o preço seja reduzido, de acordo com a equação
q = 400 – 100p, na qual q representa a quantidade de pães especiais vendidos diariamente e p, o seu preço em reais.
A fim de aumentar o fluxo de clientes, o gerente da padaria decidiu fazer uma promoção. Para tanto, modificará o preço do pão especial de modo que a quantidade a ser vendida diariamente seja a maior possível, sem diminuir a média de arrecadação diária na venda desse produto.
O preço p, em reais, do pão especial nessa promoção deverá estar no intervalo

a) R$ 0,50 $\leq$ p < R$ 1,50
b) R$ 1,50 $\leq$ p < R$ 2,50
c) R$ 2,50 $\leq$ p < R$ 3,50
d) R$ 3,50 $\leq$ p < R$ 4,50
e) R$ 4,50 $\leq$ p < R$ 5,50

Sistemas Lineares / Discussão

09. (ENEM) Um construtor precisa revestir o piso de uma sala retangular. Para essa tarefa, ele dispõe de dois tipos de cerâmicas:

a) cerâmica em forma de quadrado de lado 20 cm, que custa R$ 8,00 por unidade;
b) cerâmica em forma de triângulo retângulo isósceles de catetos com 20 cm, que custa R$ 6,00 por unidade.

A sala tem largura de 5 m e comprimento de 6 m.
O construtor deseja gastar a menor quantia possível com a compra de cerâmica. Sejam x o número de peças de cerâmica de forma quadrada e y o número de peças de cerâmica de forma triangular.
Isso significa, então, encontrar valores para x e y tais que $0{,}04x + 0{,}02y \geq 30$ e que tornem o menor possível valor de

a) $8x + 6y$.
b) $6x + 8y$.
c) $0{,}32x + 0{,}12y$.
d) $0{,}32x + 0{,}02y$.
e) $0{,}04x + 0{,}12y$.

10. (ENEM) O governo de um país criou o Fundo da Soja e do Milho, que tem como expectativa inicial arrecadar, por ano, R$ 36,14 milhões para investimento em pesquisas relacionadas aos principais produtos da agricultura. Com isso, a cada operação de venda, seriam destinados ao Fundo R$ 0,28 por tonelada de soja e R$ 0,22 por tonelada de milho comercializadas. Para este ano, espera-se que as quantidades de toneladas produzidas, de soja e de milho, juntas, seja 150,5 milhões.
Foi pedido a cinco funcionários do Fundo, André, Bruno, Caio, Douglas e Eduardo, que apresentassem um sistema que modelasse os dados apresentados. Cada funcionário apresentou um sistema diferente, considerando *x* e *y* como as quantidades de toneladas comercializadas, respectivamente, de soja e de milho. O resultado foi o seguinte:

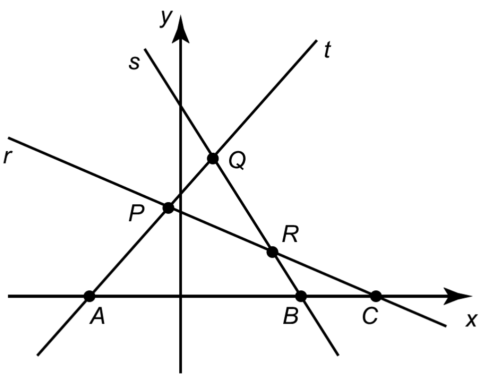
André $\begin{cases} x + y = 150\,500\,000 \\ 0{,}28x + 0{,}22y = 36\,140\,000 \end{cases}$ Douglas $\begin{cases} x + y = 150{,}5 \\ 0{,}28x + 0{,}22y = 36{,}14 \end{cases}$

Bruno $\begin{cases} 100\,000\,000x + 100\,000\,000y = 150{,}5 \\ 0{,}28x + 0{,}22y = 36\,140\,000 \end{cases}$ Eduardo $\begin{cases} x + y = 150\,500\,000 \\ 0{,}28x + 0{,}22y = 36{,}14 \end{cases}$

Caio $\begin{cases} x + y = 150{,}5 \\ 0{,}28x + 0{,}22y = 36\,140\,000 \end{cases}$

O funcionário que fez a modelagem correta foi
a) André.
b) Bruno.
c) Caio.
d) Douglas.
e) Eduardo.

11. (ENEM) Na figura estão representadas três retas no plano cartesiano, sendo P, Q e R os pontos de intersecções entre as retas, e A, B e C os pontos de intersecções dessas retas com o eixo x.



Essa figura é a representação gráfica de um sistema linear de três equações e duas incógnitas que
a) possui três soluções reais e distintas, representadas pelos pontos P, Q e R, pois eles indicam onde as retas se intersectam.
b) possui três soluções reais e distintas, representadas pelos pontos A, B e C, pois eles indicam onde as retas intersectam o eixo das abscissas.
c) possui infinitas soluções reais, pois as retas se intersectam em mais de um ponto.
d) não possui solução real, pois não há ponto que pertença simultaneamente às três retas.
e) possui uma única solução real, pois as retas possuem pontos em que se intersectam.

Polinômios / Divisão e Teorema do Resto

12. (ENEM) Um laticínio possui dois reservatórios de leite. Cada reservatório é abastecido por uma torneira acoplada a um tanque resfriado. O volume, em litros, desses reservatórios depende da quantidade inicial de leite no reservatório e do tempo t, em horas, em que as duas torneiras ficam abertas. Os volumes dos reservatórios são dados pelas funções $V_1(t) = 250t^3 - 100t + 3000$ e $V_2(t) = 150t^3 + 69t + 3000$.
Depois de aberta cada torneira, o volume de leite de um reservatório é igual ao do outro no instante t = 0 e, também, no tempo t igual a
a) 1,3 h.
b) 1,69 h.
c) 10,0 h.
d) 13,0 h.
e) 16,9 h.

Progressão Aritmética / Propriedades e Termo Geral

13. (ENEM) O trabalho em empresas de festas exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal.
Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.

Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:

FUNCIONÁRIO I: aproximadamente 200 estrelas.
FUNCIONÁRIO II: aproximadamente 6 000 estrelas.
FUNCIONÁRIO III: aproximadamente 12 000 estrelas.
FUNCIONÁRIO IV: aproximadamente 22 500 estrelas.
FUNCIONÁRIO V: aproximadamente 22 800 estrelas.

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

14. (ENEM) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

(Disponível em:<*www.webrun.com.br*>. Acesso em: 28 abr. 2010.)

Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino.
Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

a) 12 dias.
b) 13 dias.
c) 14 dias.
d) 15 dias.
e) 16 dias.

15. (ENEM) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.
Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

a) 38 000
b) 40 500
c) 41 000
d) 42 000
e) 48 000

16. (ENEM) Ao elaborar um programa de condicionamento para um atleta, um preparador físico estipula que ele deve correr 1 000 metros no primeiro dia e, nos dias seguintes, 200 metros a mais do que correu no dia anterior. O treinador deseja que, ao final dos dias de treinamento, o atleta tenha percorrido, em média, 1 700 m por dia.
Esse atleta deve participar desse programa por

a) 9 dias.
b) 8 dias.
c) 5 dias.
d) 4 dias.
e) 2 dias.

17. (ENEM) Uma pessoa, durante sua vida, cometeu crimes, sendo, por consequência, condenada a 10 anos de cadeia. Ainda no tribunal, o juiz, interessado na recuperação dessa pessoa, lhe informou acerca da possibilidade que tinha em reduzir sua pena, caso se dispusesse a trabalhar na marcenaria da penitenciária. Informou-se que a cada 3 dias de trabalho, 1 dia seria "perdoado" em sua pena.
Imaginando não haver outras formas de progressão de pena, e considerando que a pessoa trabalhe todos os dias da semana, quanto tempo ela deverá permanecer presa?

a) Entre 2 e 3 anos.
b) Entre 3 e 4 anos.
c) Entre 4 e 5 anos.
d) Entre 6 e 7 anos.
e) Entre 7 e 8 anos.

18. (ENEM) Com o objetivo de trabalhar a concentração e a sincronia de movimentos dos alunos de uma de suas turmas, um professor de educação física dividiu essa turma em três grupos (A, B e C) e estipulou a seguinte atividade: os alunos do grupo A deveriam bater palmas a cada 2 s, os alunos do grupo B deveriam bater palmas a cada 3 s e os alunos do grupo C deveriam bater palmas a cada 4 s.
O professor zerou o cronômetro e os três grupos começaram a bater palmas quando ele registrou 1 s. Os movimentos prosseguiram até o cronômetro registrar 60 s.
Um estagiário anotou no papel a sequência formada pelos instantes em que os três grupos bateram palmas simultaneamente.
Qual é o termo geral da sequência anotada?

a) 12 n, com n um número natural, tal que $1 \le n \le 5$.
b) 24 n, com n um número natural, tal que $1 \le n \le 2$.
c) 12 (n − 1), com n um número natural, tal que $1 \le n \le 6$.
d) 12 (n − 1) + 1, com n um número natural, tal que $1 \le n \le 5$.
e) 24 (n − 1) + 1, com n um número natural, tal que $1 \le n \le 3$.

19. (ENEM) Sob a orientação de um mestre de obras, João e Pedro trabalharam na reforma de um edifício. João efetuou reparos na parte hidráulica nos andares 1, 3, 5, 7, e assim sucessivamente, de dois em dois andares. Pedro trabalhou na parte elétrica nos andares 1, 4, 7, 10, e assim sucessivamente, de três em três andares. Coincidentemente, terminaram seus trabalhos no último andar. Na conclusão da reforma, o mestre de obras informou, em seu relatório, o número de andares do edifício. Sabe-se que, ao longo da execução da obra, em exatamente 20 andares, foram realizados reparos nas partes hidráulica e elétrica por João e Pedro.
Qual é o número de andares desse edifício?

a) 40
b) 60
c) 100
d) 115
e) 120

Progressão Aritmética / Soma dos n Primeiros Termos

20. **(ENEM)** As projeções para a produção de arroz no período de 2012 – 2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de
a) 497,25.
b) 500,85
c) 502,87.
d) 558,75.
e) 563,25.

21. **(ENEM)** A cada dia que passa, um aluno resolve 2 exercícios a mais do que resolveu no dia anterior. Ele completou seu 11º dia de estudo e resolveu 22 exercícios. Seu objetivo é resolver, no total, pelo menos 272 exercícios.
Mantendo seu padrão de estudo, quantos dias ele ainda precisa para atingir sua meta?
a) 5.
b) 6.
c) 9.
d) 16.
e) 20.

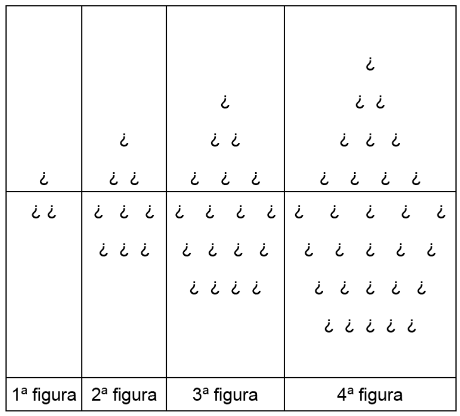
22. **(ENEM)** O filme *A corrente do bem* conta a história de um jovem que crê ser possível mudar o mundo a partir da ação voluntária de cada um. A ideia é baseada em três premissas: fazer por alguém algo que este não pode fazer por si mesmo; fazer isso para três pessoas; cada pessoa ajudada deve fazer isso por outras três pessoas. Da mesma forma que temos a "corrente do bem" para 3 pessoas, podemos ter uma corrente do bem para um número qualquer de pessoas.
Suponha que uma corrente do bem seja iniciada numa segunda-feira, com X pessoas sendo ajudadas, e que cada uma dessas X pessoas ajudasse outras X pessoas exatamente 24 horas após ter recebido a ação voluntária.

(Disponível em: <*www.webcine.com.br*>. Acesso em: 18 fev. 2012.)

Para termos um total de 42 pessoas ajudadas ao término da terça-feira o número X deve ser igual a
a) 2.
b) 6.
c) 7.
d) 14.
e) 21.

23. **(ENEM)** Um ciclista participará de uma competição e treinará alguns dias da seguinte maneira: no primeiro dia, pedalará 60 km; no segundo dia, a mesma distância do primeiro mais *r* km; no terceiro dia, a mesma distância do segundo mais *r* km; e, assim, sucessivamente, sempre pedalando a mesma distância do dia anterior mais *r* km. No último dia, ele deverá percorrer 180 km, completando o treinamento com um total de 1 560 km.
A distância *r* que o ciclista deverá pedalar a mais a cada dia, em km, é
a) 3.
b) 7.
c) 10.
d) 13.
e) 20.

24. **(ENEM)** Uma fábrica de brinquedos educativos vende uma caixa com fichas pretas e fichas brancas para compor sequências de figuras seguindo padrões. Na caixa, a orientação para representar as primeiras figuras da sequência de barcos é acompanhada deste desenho:



Qual é o total de fichas necessárias para formar a 15ª figura da sequência?
a) 45
b) 87
c) 120
d) 240
e) 360

Progressão Geométrica / Propriedades, termo Geral e Soma dos n Termos

25. **(ENEM)** Para comemorar o aniversário de uma cidade, a prefeitura organiza quatro dias consecutivos de atrações culturais. A experiência de anos anteriores mostra que, de um dia para o outro, o número de visitantes no evento é triplicado. É esperada a presença de 345 visitantes para o primeiro dia do evento.
Uma representação possível do número esperado de participantes para o último dia é
a) 3×345
b) $(3 + 3 + 3) \times 345$
c) $3^3 \times 345$
d) $3 \times 4 \times 345$
e) $3^4 \times 345$

Progressão Geométrica / Soma e Produto
Termos de uma PG Finita e Infinita

26. (ENEM) Uma maneira muito útil de se criar belas figuras decorativas utilizando a matemática é pelo processo de autossemelhança, uma forma de se criar *fractais*. Informalmente, dizemos que uma figura é autossemelhante se partes dessa figura são semelhantes à figura vista como um todo. Um exemplo clássico é o *Carpete de Sierpinski*, criado por um processo recursivo, descrito a seguir:

- Passo 1: Considere um quadrado dividido em nove quadrados idênticos (Figura 1). Inicia-se o processo removendo o quadrado central, restando 8 quadrados pretos (Figura 2).
- Passo 2: Repete-se o processo com cada um dos quadrados restantes, ou seja, divide-se cada um deles em 9 quadrados idênticos e remove-se o quadrado central de cada um, restando apenas os quadrados pretos (Figura 3).
- Passo 3: Repete-se o passo 2.

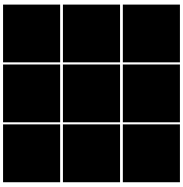


Figura 1

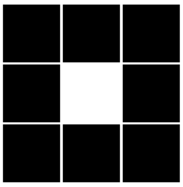


Figura 2

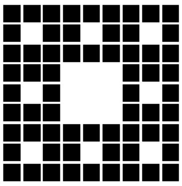


Figura 3

Admita que esse processo seja executado 3 vezes, ou seja, divide-se cada um dos quadrados pretos da Figura 3 em 9 quadrados idênticos e remove-se o quadrado central de cada um deles.
O número de quadrados pretos restantes nesse momento é
a) 64.
b) 512.
c) 568.
d) 576.
e) 648.

GABARITO

01. C	**11.** D	**21.** A
02. A	**12.** A	**22.** B
03. C	**13.** C	**23.** C
04. C	**14.** D	**24.** E
05. A	**15.** D	**25.** C
06. A	**16.** B	**26.** B
07. E	**17.** E	
08. A	**18.** D	
09. A	**19.** D	
10. A	**20.** D	